Actualització de la matriu homogènia que descriu la posició i orientació d'un cos sotmès a forces exteriors, a partir de les quantitats del moviment $\vec{P}$ i $\vec{L}$ ($\vec{P} = \Sigma m_i \vec{v}_i$ $\vec{L} = \Sigma m_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i$)

0) Calculem $\vec{P}$ i $\vec{L}$ actuals (si $\vec{F}_{ext} = 0$, $\vec{P}$ i $\vec{L}$ són constants)

1) Desplaçament CM: $\Delta \vec{r} = \vec{v}_{CM} \cdot \Delta t$ $\quad \vec{v}_{CM} = \dfrac{\vec{P}}{M_{total}}$

$t = 0$

$$T = \left[\begin{array}{c|c} R \equiv \mathbb{1} & P = 0 \\ \hline 0\,0\,0 & 1 \end{array}\right]$$

$t \longrightarrow t + \Delta t$

$$T = \left[\begin{array}{c|c} R & P \\ \hline 0\,0\,0 & 1 \end{array}\right] \longrightarrow T = \left[\begin{array}{c|c} R' & P' \\ \hline 0\,0\,0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\vec{P}' = \vec{r}_{CM}(t + \Delta t) = \vec{r}_{CM}(t) + \vec{v}_{CM}\, \Delta t$$

2) Modificació orientació: $R' = R \cdot R_m$

(en altres paraules: $\underset{3\times3}{\left[{}^{0}_{t+\Delta t}R\right]} = \underset{3\times3}{\left[{}^{0}_{t}R\right]} \cdot \underset{3\times3}{\left[{}^{t}_{t+\Delta t}R\right]}$)

Idea: R és conegut ($R = \mathbb{1}$ en $t = 0$)

R_m és una rotació infinitesimal ($\Rightarrow$ relacionada amb $\vec{\omega}$)

$\Rightarrow$ Coneixent $\vec{L}$, calculem $\vec{\omega} \Rightarrow$ calculem $R_m \Rightarrow \underline{R'}$

*) Relació $\vec{L} \leftrightarrow \vec{\omega}$: $\quad L = I \cdot \omega \Rightarrow \omega = [I]^{-1} \cdot L$

↳ és conegut en el sistema {0}

↳ En el sistema {t} =

$[3 \times 3]$ = Tensor o matriu d'inèrcia, coneguda en el sistema {t}

$${}^{t}L = \left[{}^{t}_{0}R\right] {}^{0}L = \left[R^{-1}\right] {}^{0}L$$

$$\Rightarrow \underbrace{{}^{t}\omega}_{\vec{\omega}} = \left[{}^{t}I\right]^{-1} {}^{t}L = \underbrace{\left[{}^{t}I\right]^{-1}}_{[I]^{-1}_{ij}\ \text{(diagonal)}} \underbrace{\left[R^{-1}\right]}_{R^{T}(t)} \underbrace{{}^{0}L}_{\vec{L}} \Rightarrow \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

**) Relació $\vec{\omega} \leftrightarrow R_m \equiv {}^{t}_{t+\Delta t}R$

$$R_m = \begin{bmatrix} 1 & -\omega_z \Delta t & \omega_y \Delta t \\ \omega_z \Delta t & 1 & -\omega_x \Delta t \\ -\omega_y \Delta t & \omega_x \Delta t & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{R' = R \cdot R_m}$$