La música, una herramienta de innovación en la docencia de la física y las matemáticas

Arcadi Pejuan Alcobé, Departament de Física i Enginyeria Nuclear, Universitat Politècnica de Catalunya.

Resumen:

Pocos alumnos vinculan la música, que les atrae, con las matemáticas y la física, que ya no les atrae tanto. El descubrimiento de esta vinculación hace ver con nuevos ojos estas materias, contribuyendo a despertar o acrecentar el interés por ellas. Este interés constituye un eficaz punto de partida para pasar de la recepción pasiva de la enseñanza de la física y las matemáticas a su aprendizaje activo como actividad semiautónoma.

En este trabajo presentamos caminos que hemos experimentado con éxito en este sentido en la enseñanza de la acústica, con aplicaciones prácticas del campo de las matemáticas y la física.

En concreto se presenta aquí cómo sacar partido de la música en la docencia con: (a) la sistematización matemática de las relaciones entre frecuencias en nuestra escala musical, tanto en la escala natural, como en la escala temperada; (b) la visualización de estas relaciones en el laboratorio de física, mediante el osciloscopio; (c) el empleo de este mismo medio para la comprensión de fenómenos de física ondulatoria o, a la inversa, el aprovechamiento de estos fenómenos para introducirse en el empleo del osciloscopio, y (d) la aparición “natural” de la función logarítmica (una vez más, tras el apartado a) en la expresión del nivel de intensidad del sonido.

1. Objetivos

El objetivo de esta contribución es presentar aspectos prácticos de la vinculación existente entre la música por una parte y las matemáticas y la física por otra, aspectos que puedan utilizarse como punto de partida para el aprendizaje por alumno de contenidos importantes de estas materias. Este objetivo comprende el sugerir pistas concretas sobre cómo poner en práctica esta utilización para la docencia.

También se aspira a presentar, en el mismo contexto, caminos para que el alumno se familiarice con el osciloscopio, así como con recursos informáticos del tipo hoja de cálculo o pequeños programas a medida creados por él mismo.

Un ulterior objetivo consiste en constatar posibilidades de utilización de la música como eficaz herramienta de divulgación científica.

2. Herramienta de “alfabetización científica”

Con el último de los anteriores objetivos en particular, se trata de aprovechar determinados aspectos de la música como recursos para una divulgación relativamente fácil de conceptos relacionados de la física y las matemáticas, a fin de contribuir a lo que se viene denominando acertadamente como “alfabetización científica” con las características y potencialidades expuestas por Solbes y Vilches. Con éstas, en efecto, y especialmente con la orientación multidimensional de la educación científica, se preserva su utilidad incluso para los propios futuros “científicos profesionales”, tras aportar una inmersión en una cultura científica para todos. En esta misma línea cabe citar a Pujol, quien en particular considera la integración de la ciencia y el arte: la primera puede aportar (éste es nuestro objetivo en cuestión) la motivación racional que nutre la intuición estética y artística, mientras que el arte, a su vez, puede ofrecer instrumentos intuitivos para apropiarse de los conceptos que la ciencia propone.

Abordando el caso concreto de “alfabetización científica” en el campo de la mecánica ondulatoria, Wittmann expone el problema que representa la forma de razonar del alumno (o del no experto en general) a la hora de reflexionar sobre muchas situaciones de la física ondulatoria, de entre las múltiples formas de razonar y obtener información sobre un sistema de ondas. Wittmann constata, en particular, que muchos alumnos tratan las ondas sonoras como “objetos”, más bien que como fenómenos de propagación en un medio. En este aspecto, la música puede ser un buen recurso para ayudar a corregir estas concepciones inexactas de partida.

3. Sacar partido de la relación aritmética entre las notas musicales básicas

En un trabajo anterior ya se comentaba el papel innovador que podía darse a la música para la enseñanza de la física, aportando ejemplos concretos experimentados con éxito en el aula (Pejuan). Ahora se quiere presentar más detalles de la vinculación entre la música y la física que permitan lograr los objetivos establecidos arriba.

Aunque las aplicaciones didácticas de la música puedan no parecer tan inmediatas cuando se trata de las matemáticas, presentamos a continuación un ejemplo de este último campo, de los que despiertan inmediatamente el interés de los alumnos: cabe, así, recordar la unión que ya vio Pitágoras (o la escuela pitagórica para ser más exactos) entre los sonidos musicales básicos y los números, un aspecto más de lo que para los pitagóricos era la armonía del Universo que se expresaba en relaciones numéricas formando parte de la “mística de los números”. Efectivamente, un paradigma de ello era la relación que había entre tres determinadas longitudes de una misma cuerda tensa que, al pulsar la cuerda, daban el “acorde ternario mayor” (empleando aquí el lenguaje musical moderno), o sea el conjunto formado por ejemplo por las notas “do”, “mi” y “sol”, sonidos básicos en la escala más conocida, la de do. Cautivó, en efecto, ya a los pitagóricos, igual que a los alumnos de hoy, el que aquellas tres longitudes formaran entre sí la relación numérica 4:5:6, una “relación mística” en el sentido comentado arriba.

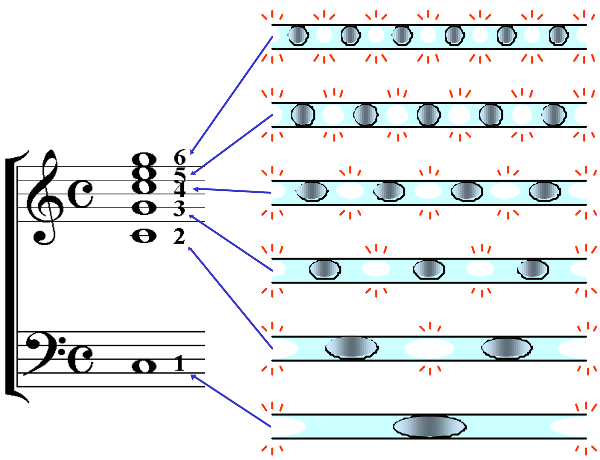

Figura 1: Relación entre los sucesivos armónicos, originados p.ej. en un tubo abierto por ambos lados, y las notas de un acorde musical “mayor”.

Esta relación numérica 4:5:6 entre dichas longitudes o, lo que en física es equivalente, la relación entre las frecuencias de estas tres notas, puede presentarse en el aula en la forma mostrada en el trabajo ya citado (Pejuan), del que reproducimos aquí una figura (fig. 1). En efecto, las tres notas de que hablamos corresponden a los armónicos 4º, 5º y 6º de una misma frecuencia fundamental.

¿Cómo puede visualizarse la misma relación en el laboratorio de física, de forma directamente palpable por el alumno? Un sencillo montaje suficiente para ello es el mostrado en la figura 2: se trata de un órgano electrónico sencillo al que se ha provisto de sendas conexiones de banana a la salida del altavoz; en éstas se toma la señal para el osciloscopio. En éste hay que ajustar la base de tiempos de barrido ("Time/Div.") de forma continua hasta que, al pulsar un do en el teclado del órgano, la pantalla muestre exactamente 4 oscilaciones completas (fig. 2, "do") (previamente conviene elegir en el órgano un registro que dé un perfil de onda lo más aproximado posible a una sinusoide: con frecuencia el registro más apropiado lleva la denominación de "Flauta"). Sin modificar ahora el ajuste del osciloscopio, se pulsa la siguiente tecla del acorde ternario mayor, el mi en este caso, y la pantalla muestra exactamente 5 oscilaciones completas (fig. 2, "mi"). Repitiendo la operación con la nota siguiente de dicho acorde, el sol, se observan exactamente 6 oscilaciones en la pantalla (fig. 2, "sol"). Dado que el tiempo de barrido de la pantalla es constante en los tres casos, las frecuencias respectivas están, efectivamente, en la relación 4:5:6.

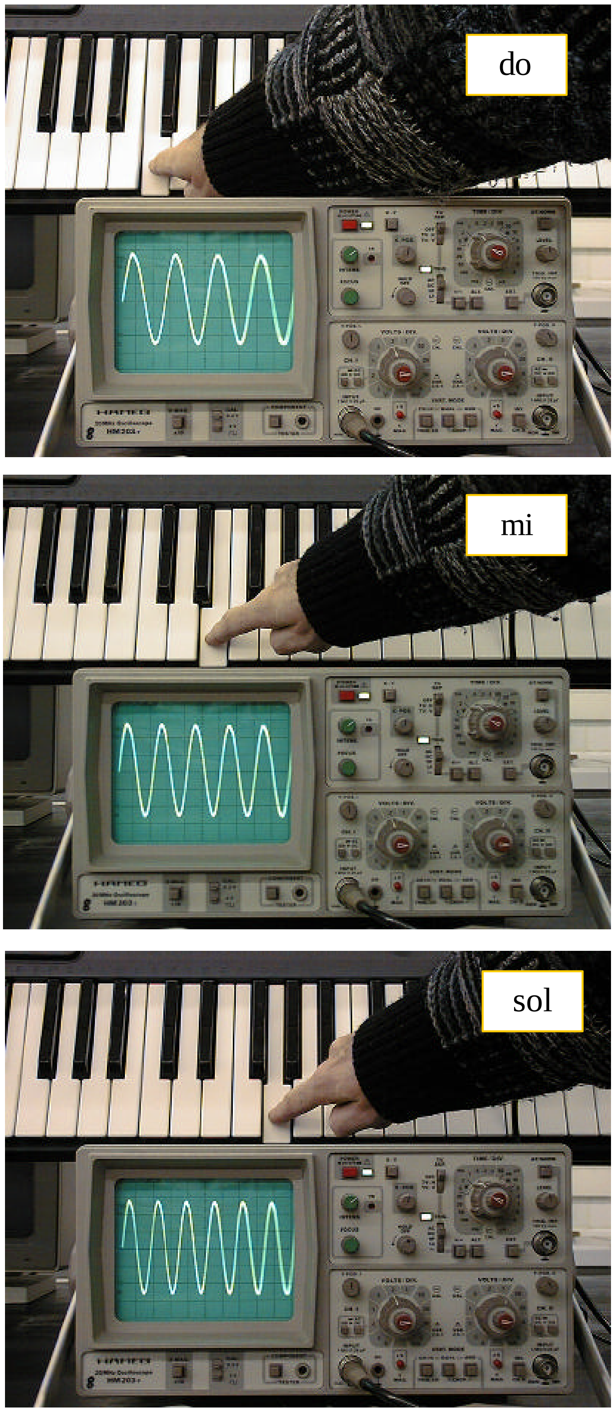

Figura 2: Observación en el osciloscopio de la relación 4:5:6 entre las notas de un acorde ternario mayor (el de do en este caso).

4. Relación entre notas musicales y frecuencias: una relación recurrente

El carácter recurrente de esta "relación mística" es otro punto que cautiva el interés de los alumnos. En efecto, si repetimos la operación anterior partiendo del sol hacia arriba (en la escala musical) (v. figura 3), obtenemos otro acorde ternario mayor básico para la música, el de sol, formado por las notas sol, si y re; ajustando de nuevo la base de tiempos del osciloscopio para que aparezcan como antes 4 oscilaciones completas al pulsar el sol, observamos en la pantalla la misma relación 4:5:6 entre las frecuencias de estas tres notas. Por último repetimos de nuevo la operación pero partiendo ahora del otro extremo del acorde de partida (do, mi, sol), o sea partiendo ahora del do, en sentido descendente dentro de la escala musical: se encuentra otro acorde ternario mayor, el que forman las notas do, la, fa (descendiendo) y, tras ajustar la base de tiempos para ver en la pantalla exactamente 6 oscilaciones completas al pulsar el do de partida, la pantalla revela por tercera vez la relación de frecuencias 4:5:6, ahora para este nuevo acorde de fa (fa, la, do).

Por supuesto, toda esta exposición práctica se presta perfectamente para una presentación multimedia, gracias a la combinación de imagen y sonido que interviene.

5. “¡Hemos obtenido la escala musical!”

Como preparación para el siguiente paso, el alumno ha de constatar aquí que han aparecido de este modo todas las notas que forman la escala natural diatónica conocida, al menos “de nombre”, incluso por los alumnos sin formación musical: do, re, mi, fa, sol, la, si. A este respecto se supone introducido el concepto (tanto descriptivo como cuantitativo) de salto de octava, necesario para formar dicha escala natural a partir de las notas encontradas de hecho en diversas octavas (según la experiencia, también los alumnos sin formación musical entienden bien el concepto de salto de octava si se les presenta por ejemplo como la diferencia entre la voz de los chicos y la de las chicas al cantar juntos una misma canción). La figura 3 ilustra la obtención de dicha escala musical a partir de los tres acordes ternarios mayores básicos. (En ella, y en todo lo que sigue, se recurre aquí al convenio de señalar con un superíndice el número de la octava a que pertenece cada nota, asignando el número de octava 3 a la octava que contiene el “la” de 440 Hz de frecuencia de referencia; este número aumenta o disminuye entonces una unidad para cada salto de octava hacia arriba o hacia abajo, respectivamente).

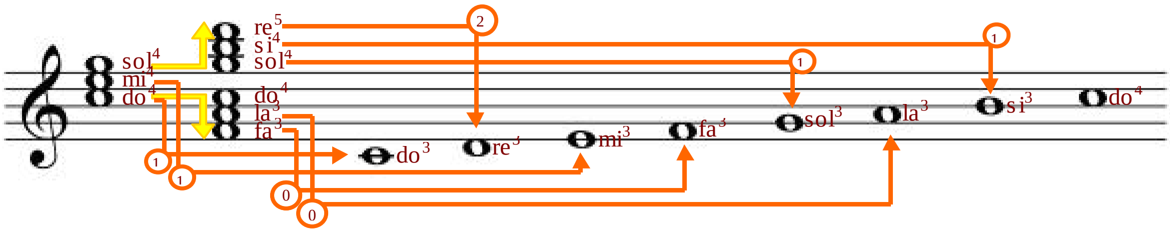

Figura 3: Obtención de los demás acordes ternarios mayores básicos a partir del de do (flechas en amarillo) y obtención de la escala natural diatónica a partir de los tres acordes (se indica en cada círculo el número correspondiente de saltos de octava).

6. Descubriendo (con la misma aritmética) otras escalas naturales… y sus problemas

El siguiente paso dentro de las “matemáticas de la música” (matemáticas todavía muy elementales) consiste en proponer a los alumnos que, autónomamente, sistematicen todo este procedimiento que hemos presentado partiendo de la nota “do”, mediante un pequeño programa informático (o una hoja de cálculo por lo menos), con el fin de obtener las frecuencias de cada nota de la escala de do a partir de la frecuencia de referencia internacional (440 Hz para el la central del piano, que hemos designado exactamente como la^3).

Es importante, para el posterior desarrollo, calcular explícitamente la relación numérica entre cada frecuencia y la de la nota do, tomada como punto de partida para comparaciones. Puede resultar aquí muy útil como referencia el texto de Recuero López (cap. 12). La figura 4 es un ejemplo sencillo (hoja Excel) del cálculo propuesto al alumno.

Ahora bien: en música existen muchas otras escalas además de la anterior, la de do; esta variedad de escalas, obtenidas por el mismo proceso anterior pero partiendo de notas dife-

Ref.:	B	D	F	H	J	Ajuste octava	L	Cálculo frequ.	N
Do³	4 :	4 x (	1 /	1) =	1,0000	⇨	1,0000	⇨	**264,00**
Re³	6 :	4 x (	6 /	4) =	2,2500	⇨	1,1250	⇨	**297,00**
Mi³	5 :	4 x (	1 /	1) =	1,2500	⇨	1,2500	⇨	**330,00**
Fa³	4 :	4 x (	4 /	6) =	0,6667	⇨	1,3333	⇨	**352,00**
Sol³	6 :	4 x (	1 /	1) =	1,5000	⇨	1,5000	⇨	**396,00**
La³	5 :	4 x (	4 /	6) =	0,8333	⇨	1,6667	⇨	**440,00**
Si³	5 :	4 x (	6 /	4) =	1,8750	⇨	1,8750	⇨	**495,00**
Do⁴	2 :	1 x (	1 /	1) =	2,0000	⇨	2,0000	⇨	**528,00**

Fórmulas (en lenguaje Excel) y comentarios:

J = $B_n/D_n*F_n/H_n$

Cálculo de la relación entre la frecuencia de cada nota y la del ***do.***

L = SI(J_n>2;J_n/2;SI(J_n<1;J_n*2;J_n))

Paso a la misma octava mediante los saltos de octava oportunos.
Resulta la relación entre cada frecuencia y la del ***do*** *de referencia.*

N = L_n*/(5/3)*440

Frecuencia en Hz a partir del valor de 440 Hz para el ***la****.*

Figura 4: Ejemplo de resolución de la tarea propuesta al alumno (cálculo en hoja Excel de la frecuencia de cada nota de la escala natural diatónica, incluyendo su relación con la frecuencia del do tomada como referencia).

rentes a la de do, obedece al simple hecho de que la música resultaría terriblemente monótona y aburrida si por ejemplo todas las melodías estuvieran en una única escala: la repetición de siempre los mismos sonidos, siempre en el mismo nivel de altura relativa entre ellos, resultaría soporífero a la corta o a la larga.

						Ajuste octava	L	Cálculo frequ.	N
Sol³	4 :	4 x (	1 /	1) =	1,0000	⇨	1,0000	⇨	**391,11**
La³	6 :	4 x (	6 /	4) =	2,2500	⇨	1,1250	⇨	**440,00**
Si³	5 :	4 x (	1 /	1) =	1,2500	⇨	1,2500	⇨	**488,89**
Do⁴	4 :	4 x (	4 /	6) =	0,6667	⇨	1,3333	⇨	**521,48**
Re⁴	6 :	4 x (	1 /	1) =	1,5000	⇨	1,5000	⇨	**586,67**
Mi⁴	5 :	4 x (	4 /	6) =	0,8333	⇨	1,6667	⇨	**651,85**
Fa#⁴	5 :	4 x (	6 /	4) =	1,8750	⇨	1,8750	⇨	**733,33**
Sol⁴	2 :	1 x (	1 /	1) =	2,0000	⇨	2,0000	⇨	**782,22**

Comentarios:

L= *Relación entre cada frecuencia y la del* ***sol*** *como referencia.*

N = L_n/1,125*440

Frecuencia en Hz a partir del valor de 440 Hz para el ***la****.*

Figura 5: Repetición del cálculo anterior (fig. 4), tomando el **sol** como nota de partida (escala de sol mayor), siempre a partir de la frecuencia de 440 Hz para el la[3].

De acuerdo con ello, el alumno debería reiterar todo el proceso anterior, pero partiendo ahora de la nota sol, determinando así las frecuencias de la escala de sol; ello le resultará muy fácil utilizando el mismo programa informático u hoja de cálculo anterior con las correspondientes modificaciones de carácter menor. Será necesario aquí, sin embargo, darle la oportuna aclaración de lenguaje musical, en el sentido de que ahora va a aparecer una nueva nota situada musicalmente entre el fa y el sol de la escala de do anterior: el fa# (denominado "fa sostenido"). También es posible reiterar de nuevo el proceso tomando como base de partida cada una de las demás notas: el re, el la, el mi,… Reiterando, pues, el proceso en sentido ascendente van surgiendo sucesivamente los demás sostenidos, a saber do#, sol#, etc. (Reiterándolo en sentido descendente, se podrían obtener el otro tipo de alteraciones llamadas "bemoles": si♭ o si bemol, mi♭, etc.; pero para nuestros propósitos es suficiente en principio limitarnos a lo hecho). La figura 5 muestra el resultado.

Ahora el alumno está preparado para constatar un trascendente hecho, de consecuencias desagradables para los músicos que utilizan (o mejor: utilizaban) estas escalas "naturales": la frecuencia que obtiene en la escala de sol para la nota p.ej. si^3 (488,89 Hz) es diferente a la de la misma nota en la escala de do (495,00 Hz); para el do^4 observará una frecuencia de 528,00 Hz en aquella primera escala de do, mientras que en la de sol obtiene 521,48 Hz. Resultados análogos irá obteniendo para otras notas a medida que efectúe las reiteraciones propuestas arriba. La consecuencia musical es inmediata: si un instrumento de afinación fija está afinado para tocar en una escala, estará al menos parcialmente desafinado para tocar en otra.

Ref. Excel:	N	O	P	Q
	Escala natural		Escala temperada	
	f_n	f_n / f_{n-1}	f_n / f_{n-1}	f_n
Do^3	264,00	---	---	261,63
Do#^{3}	275,00	1,0417	1,0595	277,18
Re^3	297,00	1,0800	1,0595	293,66
Re#^{3}	309,38	1,0417	1,0595	311,13
Mi^3	330,00	1,0667	1,0595	329,63
Fa^3	352,00	1,0667	1,0595	349,23
Fa#^{3}	366,67	1,0417	1,0595	369,99
Sol^3	396,00	1,0800	1,0595	392,00
Sol#^{3}	412,50	1,0417	1,0595	415,30
La^3	440,00	1,0667	1,0595	440,00
La#^{3}	458,33	1,0417	1,0595	466,16
Si^3	495,00	1,0800	1,0595	493,88
Do^4	528,00	1,0667	1,0595	523,25

Fórmulas (en lenguaje Excel) y comentarios:

N: *para las notas no alteradas, son los valores de la figura 6, de la que ésta es ampliación. Para las alteradas (sostenidos "#") es:*

$N_n = N_{n-1}$*25/24

$O_n = N_n/N_{n-1}$

P $= \sqrt[12]{2}$ = POTENCIA(2;1/12) = 1,0595

$Q_n = Q_{n-1}$*POTENCIA(2;1/12)

(para notas por encima del la^3)

$= Q_{n+1}$/POTENCIA(2;1/12)

(para notas por debajo del la^3)

Figura 6: Ampliación del ejercicio de la figura 4, incluyendo la escala temperada (contemplada en el apartado 6).

En este mismo contexto debería proponérsele al alumno que confeccione (por medios informáticos) una tabla con las 12 notas obtenidas (do, do#, re, re#, mi, fa, etc.) y las respectivas frecuencias calculadas por el procedimiento de partida (escala de do) para las notas sin alteraciones; para las alteraciones puede aplicar el criterio de Zarlin (v. Recuero López, cap. 12): la relación entre las frecuencias de una nota, p.ej. la, y su sostenido, la#, se toma como 25:24 (para la nota bemol, la♭, sería 24:25). Finalmente, debería calcular los factores por los que hay que multiplicar la frecuencia de cada nota para obtener la inmediata superior. Observará que estos factores son parecidos, pero no exactamente iguales, y de ahí surge la diferencia de frecuencias para una misma nota, como se ha constatado antes, dependiendo de si se toma una nota u otra como base de la escala. El resultado obtenido debería de ser parecido al de la figura 6.

7. Descubriendo la solución (con la función exponencial y la logarítmica)

Con ello el alumno está preparado para comprender el sentido y la utilidad práctica de la escala temperada, a la vez que su formulación matemática: una solución a la que según la Historia de la Música llegó J.S. Bach, aunque, por supuesto, no en la forma matemática que aquí perseguimos. En efecto, la tabla que acaba de confeccionar el alumno le permite darse cuenta de forma cuantitativa de los problemas "históricos" de la escala natural diatónica, la obtenida a partir de la "relación mística" 4:5:6: la diferencia de factores para notas contiguas o, lo que es equivalente, la diferencia de frecuencias para notas que han de compartir un mismo único lugar en el teclado del piano, el mástil de la guitarra o el cuerpo de la flauta.

Todos los problemas anteriores quedarán solucionados si el factor multiplicativo para pasar de una nota a la siguiente es el mismo para todas las notas: ésta es la formulación matemática práctica del principio en que se basa la escala temperada (denominada más propiamente "equitemperada"). Sólo queda que el alumno determine este factor y confeccione la tabla de frecuencias resultante para las 12 notas anteriores. El resultado puede tener la forma incluida en la misma figura 6. (Este factor "k" se obtiene inmediatamente teniendo en cuenta que el ascenso de cada una de las 12 notas a la siguiente significa multiplicar la frecuencia por k; dado que un salto de octava equivale a 12 veces esta operación, resulta $k^{12} = 2$). Los intervalos entre cada una de estas notas son todos exactamente iguales; en el lenguaje musical se denominan simplemente "semitonos".

Y ahora una aplicación más de las matemáticas a este tema: a menudo el paso de una nota a otra se desea llevar a cabo en la práctica de forma aditiva y no multiplicativa, es decir sumando cantidades fijas en lugar de multiplicar factores fijos. Por ello puede proponerse al alumno que formule toda la anterior caracterización matemática de las notas musicales mediante sumandos: la solución constituye, evidentemente, una clara aplicación de la función logarítmica.

Una consecuencia de esta misma formulación matemática es el empleo de la función exponencial para definir el sistema de centésimas, tan útil para comparar entre sí notas musicales de las diversas escalas o para cuantificar la afinación de los instrumentos musicales. El sistema consiste, en esencia, en subdividir cada semitono en 100 "centésimas". El punto de partida sería, por tanto, en la notación de la figura 6, $f_n / f_{n-1} = \sqrt[1200]{2}$. Es un punto de partida para ejercicios (e incluso pequeños trabajos) que se pueden proponer al alumno, con utilización de ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

8. Aplicación del osciloscopio para estudiar otros fenómenos de acústica musical

Se ha podido constatar la enorme utilidad del osciloscopio para la observación detallada de fenómenos físicos muy ligados a la práctica musical por su carácter ondulatorio. Exponemos aquí un ejemplo más de ello: la observación y el estudio del fenómeno de las pulsaciones, también muy ligado a la práctica musical en al menos dos aspectos totalmente diferentes: el efecto musical del trémolo y la afinación de instrumentos musicales. En este caso el dispositivo experimental comprende, además del osciloscopio (de dos canales), dos generadores de funciones digitales y sendos altavoces de alta impedancia (figura 7).

También este experimento se presta a simulación en un entorno multimedia.

Las salidas de los generadores de funciones se conectan a los respectivos altavoces y a los respectivos canales del osciloscopio. Ajustando convenientemente las dos frecuencias de los generadores de funciones a valores próximos entre sí, se originan pulsaciones de frecuencia de batido variable, que pueden percibirse auditivamente y al mismo tiempo visualmente a través de la pantalla del osciloscopio. Aquí, además, pueden aprovecharse las dos opciones de visualización del osciloscopio de doble canal: la de CHOP y la de SUM. Con la primera (figura 7, izquierda) se visualiza alternativamente la señal de cada uno de los canales por separado, con lo que se observa la similitud de frecuencias de ambas señales, a la vez que su desfase variable con el tiempo, que dará lugar a la superposición alternativamente constructiva y destructiva de ambas señales. Con la opción de SUM (suma de señales) se observa el resultado de esta superposición, con el típico perfil de onda de las pulsaciones que explica el efecto acústico percibido (figura 7, derecha).

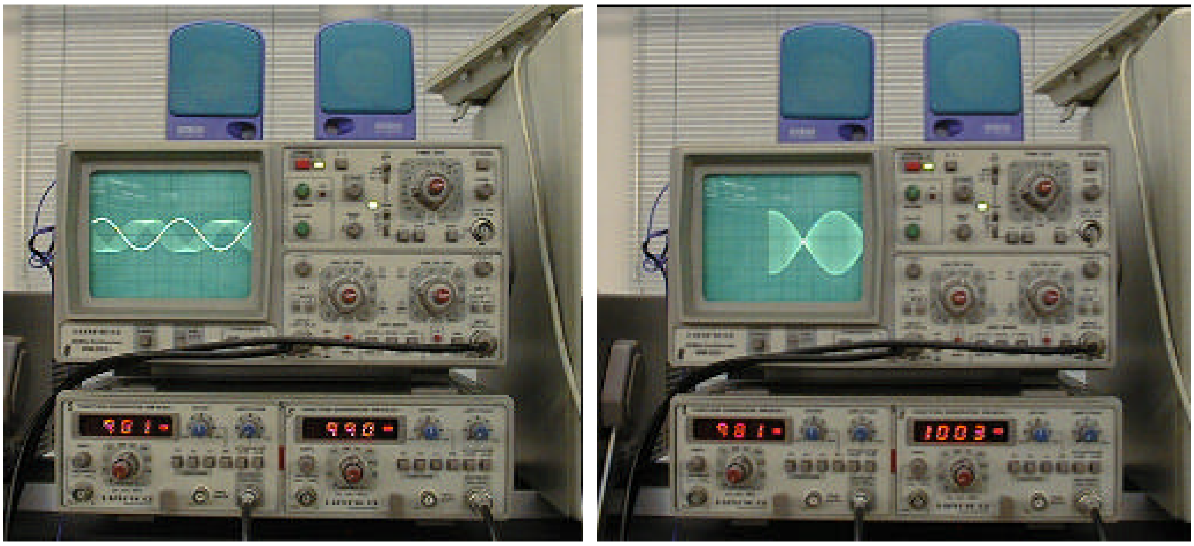

Figura 7: Montaje de laboratorio para la producción y el estudio cuantitativo de las pulsaciones (simulación de trémolos –agradables– y desafinaciones –desagradables–).

9. Más funciones logarítmicas en la acústica

Además del empleo de la función logarítmica para la cuantificación de la escala musical en forma de sumandos como se ha visto arriba, existe otra aplicación de esta función matemática que es significativa para la música, aunque ya más indirectamente: la expresión cuantitativa del nivel de intensidad sonora. Para su aprendizaje el alumno debería partir de la expresión intuitiva de la ley de Weber-Fechner, la cual se presta mucho a una presentación multimedia (con simulación): el aumento de sensación luminosa al encender una bombilla depende del (es proporcional al) número de bombillas similares que estén encendidas previamente; ello es totalmente análogo al aumento de sensación sonora al pasar un coche adicional por la calle, aumento proporcional al número de coches de igual sonoridad que había circulando previamente por la calle. De ahí es inmediata la formulación diferencial de la ley de Weber-Fechner, a la que sigue la formulación integral y, finalmente, la definición del bel y el decibelio, con todas sus aplicaciones prácticas. También este tema es una cantera tanto para ejercicios como para pequeños trabajos en los que las funciones logarítmica y las ecuaciones exponenciales desempeñan un papel clave.

10. Potencialidades de desarrollo en entornos multimedia

A lo largo de esta contribución se han ido señalando las posibilidades que el recurso a la música ofrece para la didáctica de temas de matemáticas y, sobre todo, de física ondulatoria en entornos multimedia. La combinación, tan natural aquí, de sonido e imagen permiten pensar en medios tales como el CD-ROM o bien Internet. Existe una buena experiencia, ya desde 1995, en relación con este último medio para el aprendizaje de la física (Bohigas, Jaén y Novell), que puede muy bien servir de pauta para la implementación del desarrollo en entorno multimedia sugerido aquí repetidamente. En el proyecto presentado por estos autores ("la baldufa") se investiga la forma de utilizar las tecnologías de la información, especialmente Internet, como herramientas de enseñanza y aprendizaje de la física, con unas pautas concretas (p.ej. conjuntos de herramientas que hay que utilizar por parte de los profesores para la enseñanza a distancia, así como por parte de los alumnos para el autoaprendizaje) y con una organización de contenidos de tipo enciclopédico, en la que es posible sacar fácilmente partido del hipertexto; esta estructura permite asimismo al profesor elegir un itinerario "a medida" para sus objetivos docentes específicos. Además, este proyecto recurre a medios informáticos adecuados para facilitar expresamente la simulación de situaciones físicas como aquéllas a las que se ha hecho referencia arriba.

Gracias a las posibilidades de recurrir al hipertexto, puede también aquí sacarse provecho de las ventajas de los sistemas "hipermedia" que analizan Chamoso Sánchez *et al.* precisamente para el desarrollo de un CD-ROM destinado al aprendizaje de técnicas matemáticas.

11. Conclusiones

El recurso a la música constituye una potente herramienta para la docencia de la física y las matemáticas, también en el laboratorio y también en entornos multimedia; permite asimismo el empleo lógico de recursos informáticos estándar, impulsando al alumno a familiarizarse con éstos. Se han presentado aquí algunas formas concretas de utilizar esta herramienta en este sentido, formas que han demostrado ya en el aula y en el laboratorio de física su potencia para despertar el interés del alumno, su participación activa en el aprendizaje y su capacidad de asimilación de técnicas matemáticas a través de aplicaciones concretas interesantes para él.

12. Bibliografía

BOHIGAS, X., JAÉN, X., NOVELL, M., "Teaching and learning physics using the Internet: the *Baldufa* Project". *Higher Education in Europe, Vol. XXIII,* nº 2 (1998), p. 233-240.

BOHIGAS, X., JAÉN, X., NOVELL, M., "A web-based project to learn and teach physics (la baldufa)". *International Conference Physics Teacher Education beyond 2000* [GIREP], Barcelona, 27 agosto a 1 setiembre 2000.

CHAMOSO SÁNCHEZ, J., HERNÁNDEZ ENCINAS, L., LÓPEZ FERNÁNDEZ, R., RODRÍGUEZ SÁNCHEZ, M., "Designing hypermedia tools for solving problems in mathematics". *Computers & Education* 38 (2002), p. 303-317.

PEJUAN, A., "Music: a further way to approach physics". *International Conference Physics Teacher Education beyond 2000* [GIREP], Barcelona, 27 agosto a 1 setiembre 2000.

PUJOL, R.M., “Educación científica para la ciudadanía en formación”. *Alambique – Didáctica de las Ciencias Experimentales*, nº 32 (2002), p. 9-16.

RECUERO LÓPEZ, M., *Ingeniería Acústica*, Madrid: Paraninfo, 1999.

SOLBES, J., VILCHES, A., GIL, D., “¿Alfabetización científica versus ciencia para futuros científicos?”. *Enseñanza de las Ciencias,* nº extra VI Congreso Internacional sobre Investigación en la Didáctica de las Ciencias, Barcelona, 12 a 15 setiembre 2001.

WITTMANN, M.C., “The object coordination class applied to wave pulses: analysing student reasoning in wave physics”. *International Journal of Science Education, Vol. 24,* nº 1 (2002), p. 97-118.

http://baldufa.upc.es