

# PRÀCTICA 4

## REGLES DE KIRCHHOFF

### Abans d'anar al laboratori

- 1 - Estudieu l'apartat 1 sobre el Fonament Teòric d'aquesta pràctica.
- 2 - Resoleu el problema plantejat a l'apartat 1.3. La resolució d'aquest problema l'haureu de lliurar al professor del laboratori a l'inici de la pràctica.
- 4 - Mireu els Apèndix A i B sobre el Tauler de Connexions i el Polímetre.
- 5 - Llegiu l'apartat 2 sobre el Procediment de Mesura que seguireu durant la realització d'aquesta pràctica.

**Objectiu:** Comprovar les **regles de Kirchhoff** per a un circuit de **corrent continu**.

## 1 Fonament teòric

### 1.1 Regles de Kirchhoff

Les **regles de Kirchhoff** són les eines bàsiques per calcular els corrents que circulen pels diferents elements d'un circuit elèctric. Abans d'enunciar-les cal fer les següents definicions:

- **Nus:** Punt del circuit on el corrent es pot dividir. Els punts *A*, *B* i *C* de la Figura 1 són tres exemples de nusos.
- **Branca:** Conjunt d'elements entre dos nusos pels que hi circula la mateixa intensitat. Per exemple, entre el nusos *A* i *C* de la Figura 1 es poden observar dues branques diferents: per una banda la formada per la resistència  $R_4$  i la font de força electromotriu (fem)  $e_2$ , i per una altra la formada per la resistència  $R_3$ .
- **Malla:** Qualsevol recorregut tancat que puguem fer sense passar dues vegades per la mateixa branca. Per exemple les tres resistències  $R_2$ ,  $R_3$  i  $R_5$  formen la malla *ACBA*.

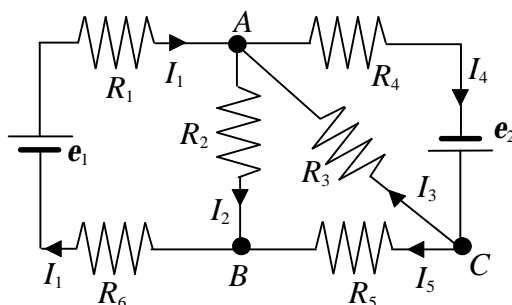


Figura 1

Per determinar els corrents a les branques en primer lloc cal assignar una intensitat amb un **sentit positiu arbitrari** a cadascuna (al circuit de la Figura 1, les intensitats  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$  i  $I_5$ ). Després hem d'aplicar les **regles de Kirchhoff** i plantejar un **sistema d'equacions** on les intensitats són les incògnites.

La **primera regla de Kirchhoff**, també anomenada regla dels nusos, es refereix als corrents que circulen per les branques d'un circuit que conflueixen en un nus. La regla, que és una conseqüència del **principi de conservació de la càrrega elèctrica**, afirma que **la suma de les intensitats dels corrents que entren en un nus és igual a la suma de les intensitats que en surten**. L'aplicació de la primera regla de Kirchhoff a la totalitat dels nusos dóna lloc a un conjunt d'equacions linealment dependents. Per aquest motiu la regla només s'aplica a **la totalitat dels nusos menys un**. En el cas del circuit

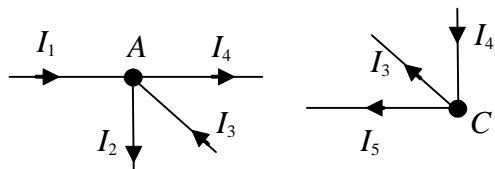


Figura 2

de la Figura 1 considerarem els nusos A i C que es mostren a la Figura 2. Les equacions que obtenim són:

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 \tag{1}$$

$$I_5 + I_3 = I_4 \tag{2}$$

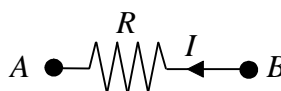
La **segona regla**, també anomenada de les malles, és conseqüència del **principi de conservació de l'energia**, i estableix que **la suma dels canvis de potencial al llarg d'una malla és igual a zero**. Per determinar els canvis de potencial cal tenir en compte les següents normes:

- En recórrer una resistència  $R$  en el sentit de la intensitat  $I$ , el canvi de potencial és  $-RI$ , mentre que si ho fem contracorrent és  $+RI$  (veure la Figura 3).



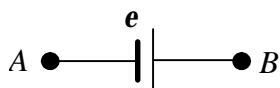
$$V_B - V_A = -RI$$

Figura 3



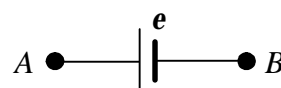
$$V_B - V_A = RI$$

- En recórrer una font de força electromotriu (fem  $e$  passant primer pel born negatiu i després pel positiu, el canvi de potencial és  $+e$ . Si ho fem al inrevés, és  $-e$  (veure la Figura 4).



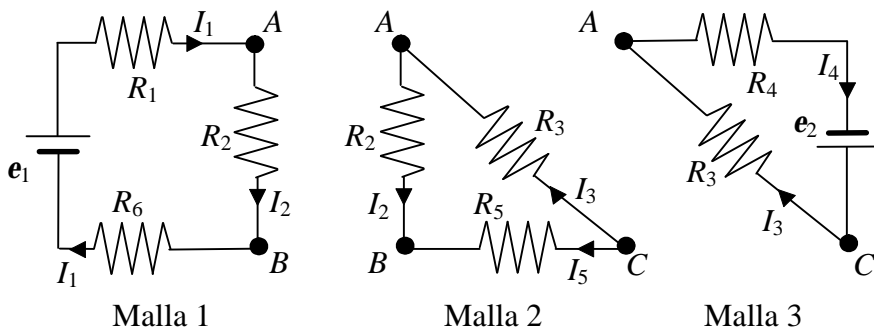
$$V_B - V_A = e$$

Figura 4



$$V_B - V_A = -e$$

En la resolució de circuits, la segona regla s'aplica a un **nombre de malles independents igual al nombre d'incògnites (branques) menys el nombre d'equacions vàlides pels nusos** (nombre de nusos  $- 1$ ). Pel circuit de la Figura 1 hem considerat les tres malles que es mostren a la Figura 5.



Si recorrem les malles en sentit horari obtenim les equacions següents:

$$\text{(Malla 1)} \quad -R_1 I_1 - R_2 I_2 - R_6 I_1 + e_1 = 0 \quad (3)$$

$$\text{(Malla 2)} \quad R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_5 I_5 = 0 \quad (4)$$

$$\text{(Malla 3)} \quad -R_4 I_4 + e_2 - R_3 I_3 = 0 \quad (5)$$

Les intensitats que circulen per cadascuna de les branques de la xarxa de la Figura 1 es poden obtenir resolent el sistema d'equacions (1)-(5).

## 1.2 Potència dissipada a una resistència. Potència subministrada o absorbida per una font

Quan un corrent elèctric d'intensitat  $I$  circula per un conductor de resistència  $R$  es produeix un escalfament. La **potència** (energia per unitat de temps) **dissipada a la resistència** ve donada per la **lleï de Joule**:

$$P_R = RI^2 \quad (6)$$

Si un corrent d'intensitat  $I$  circula per una font de fem  $e$  i resistència interna  $r$ , de manera que la travessa del pol negatiu al positiu, la font proporciona energia, i la **potència subministrada**, tenint en compte l'energia perduda per efecte Joule en  $r$ , és :

$$P_s = eI - rI^2 \quad (7)$$

En canvi si un corrent d'intensitat  $I$  circula per una font de fem  $e$  i resistència interna  $r$ , de forma que la travessa del pol positiu al negatiu, la font guanya energia, i la **potència absorbida** més la dissipada en  $r$  per efecte Joule és:

$$P_a = eI + rI^2 \quad (8)$$

El **principi de conservació de l'energia** aplicat a qualsevol circuit elèctric afirma que la potència **subministrada** pel conjunt de fonts que cedeixen energia al circuit és igual a la potència **absorbida** pel conjunt de fonts que guanyen energia més la potència **dissipada** a totes les resistències. És a dir:

$$\sum_{i=1}^{N_s} P_i = \sum_{i=1}^{N_a} P_i + \sum_{i=1}^{N_R} P_i \quad (9)$$

on  $N_s$  i  $N_a$  són respectivament el nombre total de fonts del circuit que subministren i absorbeixen energia i  $N_R$  el nombre de resistències externes. Combinant les expressions (6)-(9) obtenim:

$$\sum_{i=1}^{N_s} e_i I_i = \sum_{i=1}^{N_a} e_i I_i + \sum_{i=1}^{N_R} R_i I_i^2 + \sum_{i=1}^{N_s+N_a} r_i I_i^2 \quad (10)$$

### 1.3 Problema

Calculeu els valors teòrics de les intensitats  $I_1^{te}, \dots, I_5^{te}$  del circuit de la Figura 6 resolent el sistema d'equacions (1)-(5). A partir de les equacions (1) i (2) podeu expressar  $I_4$  i  $I_5$  en funció de  $I_1$ ,  $I_2$  i  $I_3$ , i substituir aquestes expressions a les equacions (3), (4) i (5) de manera que us quedi un sistema de tres equacions amb tres incògnites.

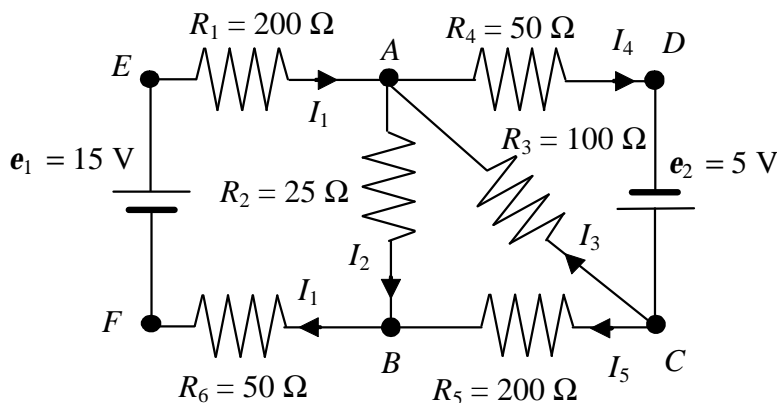


Figura 6

Amb els valors obtinguts comproveu que se satisfà la primera regla de Kirchhoff als nusos A i C (fórmules 1 i 2) i la segona regla de Kirchhoff a les malles 1 (EABFE), 2 (BACB) i 3 (ADCA) (fórmules 3, 4 i 5).

Comproveu també que la potència total dissipada a les resistències és igual a la potència total subministrada per les fonts de tensió (fórmula 10). Considereu que les resistències internes de les fonts de tensió és nul·la

## 2 Procediment de mesura

### 2.1 Descripció i funcionament del polímetre

El polímetre ens permet mesurar resistències, intensitats i voltatges per diferents rangs, emprant diferents escales (veure l'Apèndix B). En canviar d'escala, l'**amperímetre** i el **voltímetre** canvien el valor de la seva resistència  $R_A$  i  $R_V$ . Per aquest motiu, i durant **tota la pràctica**, utilitzarem la mateixa escala d'intensitats (fins a **0.2 A**) i de tensions (fins a **20 V**). En el cas de l'**ohmímetre** sempre utilitzarem l'escala que ens proporcioni la màxima resolució possible.

### 2.2 Comproveu que en el lloc de treball teniu:

- Un tauler de connexions.
- Dues fonts de tensió.
- Dues resistències de valors nominals  $200 \Omega$ , dues de  $50 \Omega$ , una de  $25 \Omega$  i una de  $100 \Omega$ .
- Dos polímetres.
- Una resistència variable de  $1 \text{ k}\Omega$  de valor màxim.
- Cables de connexió.
- Connectors en forma de pont

### 2.3 Comprovació del bon estat dels fils de connexió i de les resistències

1. Comproveu que tots els **cables de connexió** estan en bon estat. Per això feu funcionar un dels polímetres com a **ohmímetre** i, en l'escala amb més resolució, mesureu la resistència de cada cable. Si és més gran que  $1 \Omega$ , o varia quan sacsegem el cable, aquest està en mal estat i cal canviar-lo.

2. Mesureu el valor real de les **resistències**  $R_1, \dots, R_6$  connectant-les directament al polímetre (veure la Figura 7), funcionant com a **ohmímetre**.



Figura 7

### 2.4 Limitació de la intensitat de la font de tensió

Abans d'engegar les dues fonts de tensió gireu els controls d'intensitat i tensió de cadascuna al màxim en sentit antihorari. Després, engegueu-les i limiteu la intensitat a un **valor màxim de 0.2 A**. Per fer això, amb un dels cables de connexió, curtcircuiteu cadascuna de les fonts i moveu el control de tensió al màxim en sentit horari. Tot seguit, moveu el control d'intensitat de cada font en sentit horari fins assolir els 0.2 A, i deixeu-ho en aquesta posició durant tota la pràctica. D'aquesta forma es garanteix que pel circuit no circula un corrent prou gran com per malmetre el material o causar accidents.

### 2.5 Verificació de la llei d'Ohm i les regles de Kirchhoff

1. Munteu el circuit de la Figura 6 en el tauler de connexions com s'indica a la Figura 8. Com mesurarem les intensitats que circulen per les diferents resistències convé posar ponts a fi de deixar espai per fer les connexions amb l'amperímetre.

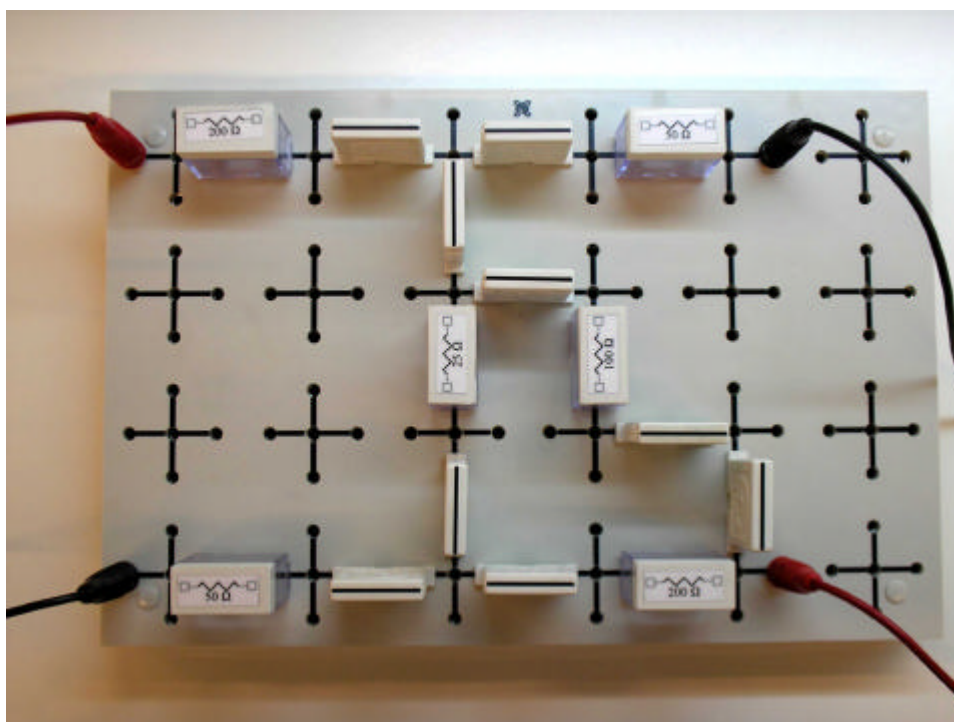


Figura 8

2. Fixeu una font de tensió a **15 V** i connecteu-la a l'esquerra del circuit de la Figura 8. Fixeu l'altra font a **5 V** i connecteu-la a la dreta del circuit. Feu-ho tenint en compte les **polaritats** que s'indiquen a la Figura 6. Amb un dels polímetres funcionant com a voltímetre en l'escala de fins a 20 V, mesureu la diferència de potencial entre els borns de cada font. Com que la resistència interna de les fonts és negligible, les lectures del voltímetre seran els valors de les fem  $e_1$  i  $e_2$ .
3. Measureu la diferència de potencial als extrems de cada resistència ( $V_1^{ex}, \dots, V_6^{ex}$ ) amb un dels polímetres actuant com a voltímetre.
4. Measureu la **intensitat** que circula per cada branca ( $I_1^{ex}, \dots, I_5^{ex}$ ) amb un dels polímetres actuant com a **amperímetre** en l'escala de fins a 0.2 A. Compareu aquests valors amb els predits teòricament ( $I_1^{te}, \dots, I_5^{te}$ ) al problema de l'apartat 1.3.
5. Amb els valors de les resistències i intensitats que heu mesurat, comproveu que per a cada resistència se satisfà la **lleï d'Ohm** ( $V = RI$ ).
6. Amb els valors de les intensitats que heu mesurat ( $I_1^{ex}, \dots, I_5^{ex}$ ), comproveu que se satisfà la **primera regla de Kirchhoff** als nusos A i C (fórmules 1 i 2).
7. Amb els valors de les resistències, intensitats i fems que heu mesurat, comproveu que es verifica la **segona regla de Kirchhoff** a les malles 1 (EABFE), 2 (BACB) i 3 (ADCA) (fórmules 3, 4 i 5).

## 2.6 Comprovació del principi de la conservació de l'energia

1. Comproveu que la **potència** total dissipada a les resistències ( $P_{R_1} + \dots + P_{R_6}$ ) és igual a la potència total subministrada per les fonts de tensió ( $P_{e_1} + P_{e_2}$ ) (fórmula 10). Tingueu en compte que, com la resistència interna de les fonts de tensió que utilitzem és molt petita (de l'ordre dels mΩ), en el nostre cas el darrer terme de la dreta de la fórmula 10 és negligible.

## Regles de Kirchhoff

### Mesura de resistències i forces electromotrius

$R_1 (200 \Omega) =$	$R_4 (50 \Omega) =$
$R_2 (25 \Omega) =$	$R_5 (200 \Omega) =$
$R_3 (100 \Omega) =$	$R_6 (50 \Omega) =$

$e_1 (15 \text{ V}) =$
$e_2 (5 \text{ V}) =$

### Intensitats teòriques i experimentals. Comprovació de la llei d'Ohm

$I_1^{te} =$	$I_1^{ex} =$
$I_2^{te} =$	$I_2^{ex} =$
$I_3^{te} =$	$I_3^{ex} =$
$I_4^{te} =$	$I_4^{ex} =$
$I_5^{te} =$	$I_5^{ex} =$

$V_1^{ex} =$	$R_1 I_1^{ex} =$
$V_2^{ex} =$	$R_2 I_2^{ex} =$
$V_3^{ex} =$	$R_3 I_3^{ex} =$
$V_4^{ex} =$	$R_4 I_4^{ex} =$
$V_5^{ex} =$	$R_5 I_5^{ex} =$
$V_6^{ex} =$	$R_6 I_6^{ex} =$

### Verificació de les regles de Kirchhoff

#### Regla dels nusos

Nus A	$I_1^{ex} + I_3^{ex} =$	$I_2^{ex} + I_4^{ex} =$
Nus B	$I_5^{ex} + I_3^{ex} =$	$I_4^{ex} =$

#### Regla de les malles

Malla 1	$R_1 I_1^{ex} + R_2 I_2^{ex} + R_6 I_1^{ex} =$	$e_1 =$
Malla 2	$R_2 I_2^{ex} + R_3 I_3^{ex} =$	$R_5 I_5^{ex} =$
Malla 3	$R_4 I_4^{ex} + R_3 I_3^{ex} =$	$e_2 =$

### Comprovació del principi de conservació de l'energia

$P_{R_1} =$	$P_{R_2} =$	$P_{R_3} =$	$P_{R_4} =$
$P_{R_5} =$	$P_{R_6} =$	$P_{e_1} =$	$P_{e_2} =$
$P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} + P_{R_5} + P_{R_6} =$		$P_{e_1} + P_{e_2} =$	

