

PRÀCTICA 5

EQUIVALENT THÉVENIN D'UN CIRCUIT DE CORRENT CONTINU

Abans d'anar al laboratori

- 1 - Estudieu l'apartat 1 sobre el Fonament Teòric d'aquesta pràctica.
- 2 - Resoleu el problema plantejat a l'apartat 1.4. La resolució d'aquest problema l'haureu de lliurar al professor del laboratori a l'inici de la pràctica.
- 3 - Llegiu l'apartat 2 sobre el Procediment de Mesura que seguireu durant la realització d'aquesta pràctica.

Objectius:

- 1) Mesurar la **fem** i la **resistència Thévenin** d'un circuit de corrent continu.
- 2) Determinar l'equivalent Thévenin a partir del mètode de la **recta de càrrega**.
- 3) Comprovar que la **potència dissipada és màxima** quan el valor de la resistència de càrrega coincideix amb el de la resistència Thévenin.

1 Fonament teòric

1.1 Teorema de Thévenin

El teorema de Thévenin va ser deduït l'any 1853 per **Hermann von Helmholtz** (1821-1894) a partir de la **lei d'Ohm**, les **regles de Kirchhoff** i el **principi de superposició**. Tanmateix aquest treball no va despertar gran interès en la comunitat científica de l'època, i van haver de passar trenta anys, perquè l'enginyer francès que treballava per la companyia de Correus i Telègrafs de França, **Léon Charles Thévenin** (1857-1926), deduís el mateix que von Helmholtz sense tenir notícia d'aquest treball. Tanmateix, al principi el treball de Thévenin tampoc va tenir una gran ressonància. La “maledicció” es va acabar pels volts de 1904, quan el teorema va començar a ser utilitzat per alguns enginyers de la Companyia de Telèfons i Telègrafs d'Amèrica (ATT).

El **teorema de Thévenin** afirma que **tot circuit elèctric format per fonts de força electromotriu (fem) i resistències**, amb dos terminals de sortida A i B , és equivalent (veure Figura 1) a **una fem e_{Th} i una resistència R_{Th} en sèrie** entre aquests dos terminals, on:

- e_{Th} és la tensió entre els terminals A i B en circuit obert.
- R_{Th} és la resistència equivalent entre A i B quan totes les fonts de fem del circuit se substitueixen per les seves resistències internes.

Així, per exemple, el circuit de la Figura 1a és equivalent al circuit de la Figura 1b.

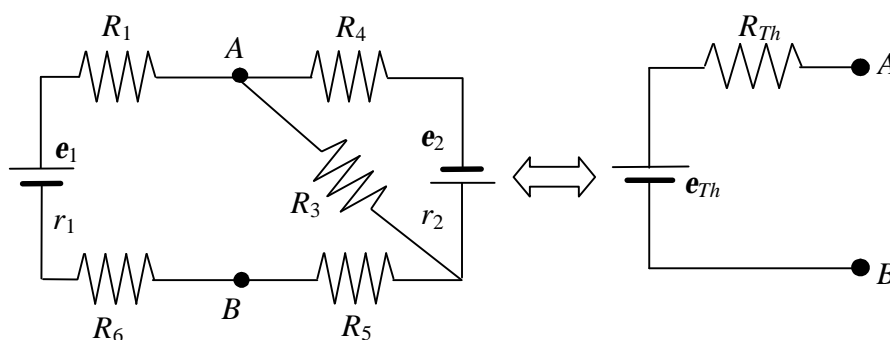


Figura 1a

Figura 1b

La fem e_{Th} del circuit equivalent Thévenin (Figura 1b) és la diferència de potencial (ddp) que hi ha els punts A i B del circuit de la Figura 1a. Aquesta ddp és la que mesurariem amb un voltímetre ideal connectat entre A i B com es mostra a la Figura 2a.

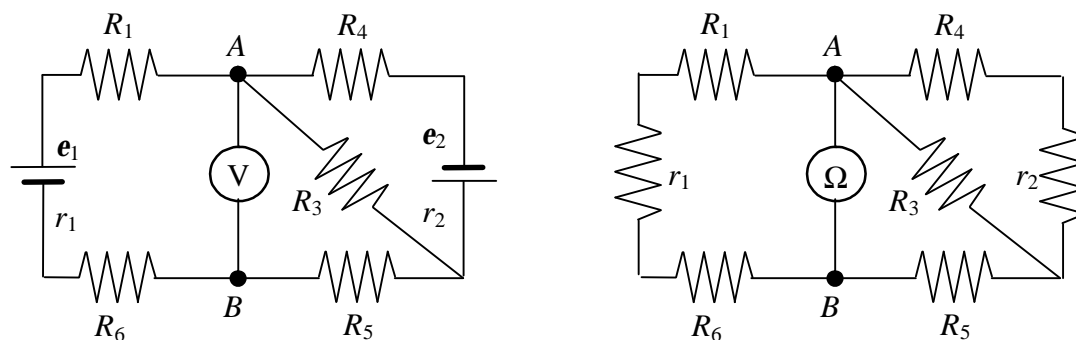


Figura 2a

Figura 2b

La resistència R_{Th} del circuit equivalent Thévenin (Figura 1b) és la resistència entre A i B del circuit de la Figura 2b, que l'hem obtingut substituint les fonts de tensió del circuit de la Figura 1a per les seves resistències internes r_1 i r_2 . R_{Th} és la resistència que mesurariem amb un ohmímetre connectat entre A i B en el cas que es puguin substituir les fonts de tensió per les seves resistències internes.

La resistència R_{Th} també es pot determinar a partir del corrent de curtcircuit I_{cc} , és a dir el corrent que circularia per un cable de resistència nul·la connectat entre A i B. Aquest corrent és el que mesurariem amb un amperímetre ideal connectat entre A i B com es mostra a la Figura 3a.

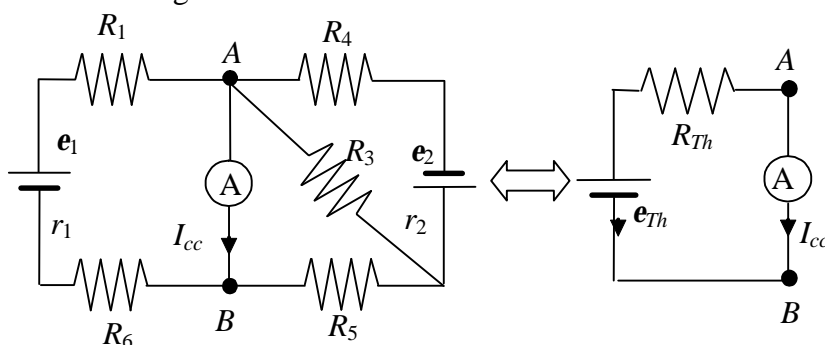


Figura 3a

Figura 3b

Atès que el circuit de la figura 3a és equivalent al de la 3b, és fàcil veure que

$$I_{cc} = \frac{e_{Th}}{R_{Th}} \quad (1)$$

⇓

$$R_{Th} = \frac{e_{Th}}{I_{cc}} \quad (2)$$

1.2 Mesura de l'equivalent Thévenin a partir de la recta de càrrega

La fem e_{Th} i la resistència R_{Th} d'un circuit també es poden mesurar a partir del mètode de la recta de càrrega, que consisteix en connectar una resistència variable R entre A i B, i mesurar la diferència de potencial V_R i la intensitat I_R per a diferents valors de la resistència R , com s'indica a la Figura 4a.

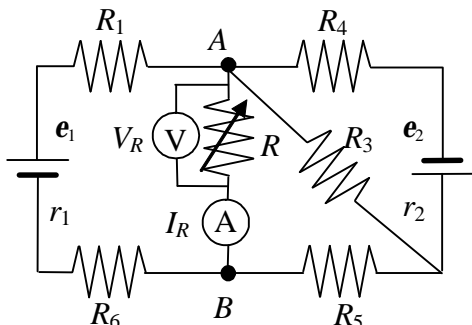


Figura 4a

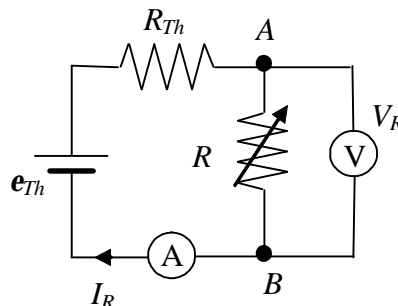


Figura 4b

La **recta de càrrega** relaciona V_R en funció de I_R per a diferents valors de R . A partir del circuit equivalent de la Figura 4b, si suposem que l'amperímetre i el voltímetre són ideals, tenim que $e_{Th} - R_{Th}I_R - V_R = 0$ i, per tant, l'equació de la recta de càrrega és

$$V_R = e_{Th} - R_{Th}I_R \quad (3)$$

e_{Th} és el valor de V_R quan $I_R = 0$. Aquest valor, com es veu a la Figura 5, correspon al de l'eix de les tensions pel qual passa la recta de càrrega.

El valor de l'eix de les intensitats en el qual talla la recta de càrrega correspon a la intensitat de curtcircuit, I_{cc} , és a dir aquell pel qual $V_R = 0$.

Per tant, tenint en compte l'equació (2), a partir dels punts d'intersecció de la recta de càrrega amb els eixos podem saber R_{Th} .

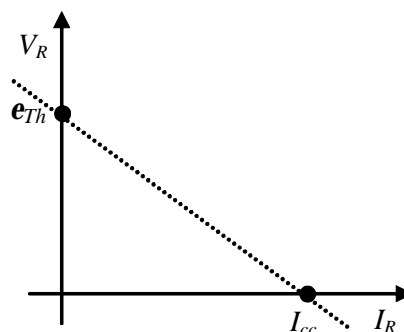


Figura 5

1.3 Màxima transferència de potència

A partir de l'equació (3) tenim que la intensitat que passa per la R variable és

$$I_R = \frac{e_{Th}}{R + R_{Th}} \quad (4)$$

Llavors, a partir de la llei de Joule, la potència P_R dissipada a R és

$$P_R = RI_R^2 = R \left(\frac{e_{Th}}{R + R_{Th}} \right)^2 \quad (5)$$

La dependència de P_R en funció de R és la de la Figura 6 on s'observa que

P_R és màxima quan $R = R_{Th}$.

Aquest darrer resultat es pot demostrar tenint en compte que el màxim de la funció (5) de P_R és màxima quan $dP_R/dR = 0$ i $d^2P_R/dR^2 < 0$.

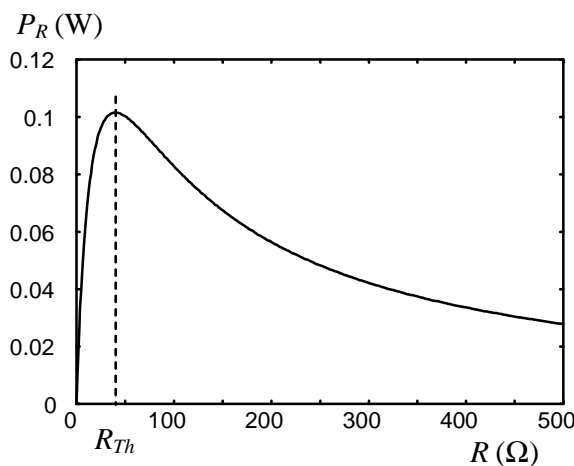


Figura 6

1.4 Problema

- a) Calculeu els valors teòrics de la intensitat que circula per cadascuna de les branques del circuit de la Figura 7, suposant que la resistència interna de les fonts de tensió és nul·la.
- b) Calculeu els valors teòrics e_{Th}^{te} i R_{Th}^{te} de l'equivalent Thévenin entre els punts A i B del circuit de la Figura 7.
- c) Quina intensitat circularà per una resistència $R_2 = 25 \Omega$ connectada entre A i B?

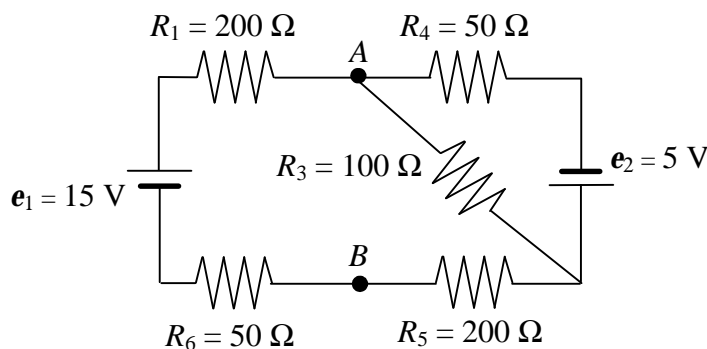


Figura 7

2 Procediment de mesura

2.1 Comproveu que en el lloc de treball teniu:

- Un tauler de connexions.
- Dues fonts de tensió.
- Dues resistències de valors nominals 200Ω , dues de 50Ω , una de 25Ω i una de 100Ω .
- Dos polímetres.
- Una resistència variable de $1 \text{ k}\Omega$ de valor màxim.
- Cables de connexió.
- Connectors en forma de pont

2.2 Comproveu del bon estat dels fils de connexió i de les resistències

1. Comproveu que tots els **cables de connexió** estan en bon estat. Per això feu funcionar un dels polímetres com a **ohmímetre** i, en l'escala amb més resolució, mesureu la resistència de cada cable. Si és més gran que 1Ω o varia quan sacsegem el cable, aquest està en mal estat i cal canviar-lo.

2. Mesureu el valor real de totes les **resistències** connectant-les directament al polímetre funcionant com a **ohmímetre** (veure Figura 8).



Figura 8

2.3 Funcionament del polímetre

El polímetre ens permet mesurar resistències, intensitats i voltatges per diferents rangs, emprant diferents escales. En canviar d'escala l'**amperímetre** i el **voltímetre** canvien el valor de la seva resistència. Per aquest motiu, i durant **tota la pràctica**, utilitzarem la mateixa escala d'intensitats (fins a **0.2 A**) i de tensions (fins a **20 V**). En el cas de l'**ohmímetre** sempre utilitzarem l'escala que ens permeti la màxima resolució possible.

2.4 Limitació de la intensitat de la font de tensió

Abans d'engegar les dues fonts de tensió gireu els controls d'intensitat i tensió de cadascuna al màxim en sentit antihorari. Després, engegueu-les i limiteu la intensitat a un **valor màxim de 0.2 A**. Per fer això, amb un dels cables de connexió, curtcircuiteu cadascuna de les fonts i moveu el control de tensió al màxim en sentit horari. Tot seguit, moveu el control d'intensitat de cada font en sentit horari fins assolir els 0.2 A, i deixeu-ho en aquesta posició durant tota la pràctica. D'aquesta forma es garanteix que pel circuit no circula un corrent prou gran com per malmetre el material o causar accidents.

2.5 Mesura directa de l'equivalent Thévenin

1. Munteu el circuit de la Figura 7 en el tauler de connexions (veure Figura 9).

2. Connecteu una de les fonts, amb el voltatge de sortida fixat a **15 V**, a un dels polímetres (funcionant com a voltímetre amb l'escala de fins a **20 V**). Com la resistència interna de la font és negligible, la lectura del voltímetre és la fem e_1 . Feu el mateix amb la segona font tot aplicant el voltatge fixat a **5 V** i mesureu amb el voltímetre la fem e_2 .

3. Connecteu les fonts al circuit tenint en compte les **polaritats** que s'indiquen a la Figura 7. Connecteu la de $e_1 = 15 \text{ V}$ a l'esquerra del circuit de la Figura 9 amb el born positiu (vermell) a la $R_1 = 200 \Omega$, i la $e_2 = 5 \text{ V}$ a la dreta amb el born negatiu (negre) a la $R_4 = 50 \Omega$.

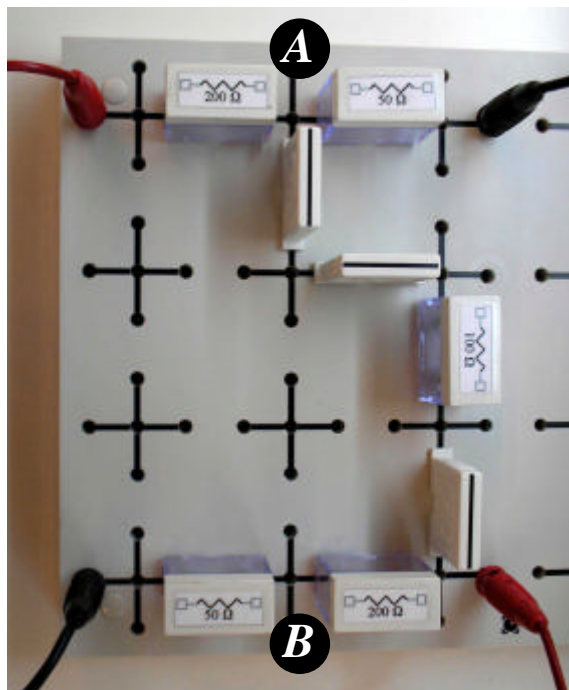


Figura 9

4. Mesureu la diferència de potencial entre els punts **A** i **B** amb el polímetre funcionant com a voltímetre, tal i com es mostra a la Figura 2a. Aquest serà el valor de la **fem Thévenin** e_{Th}^{ex} . Tingueu en compte que la polaritat de la lectura del voltímetre ens indica quin dels punts **A** o **B** està a més potencial.

5. Mesureu la intensitat de curtcircuit I_{cc} entre **A** i **B** amb el polímetre funcionant com a amperímetre, tal com es mostra al circuit de la Figura 3a. A partir dels valors mesurats de I_{cc}^{ex} i e_{Th}^{ex} , i calculeu la resistència Thévenin $R_{Th}^{calc} = e_{Th}^{ex} / I_{cc}^{ex}$.

6. Desconnecteu les fonts de tensió i en el seu lloc poseu ponts o fils de connexió de resistència pràcticament nul·la, tal i com es mostra a la Figura 10. Mesureu amb el polímetre, funcionant com a ohmímetre, la resistència entre A i B . Aquest serà el valor de la **resistència equivalent Thévenin** R_{Th}^{ex} . Estem suposant que les resistències internes de les fonts són nul·les.

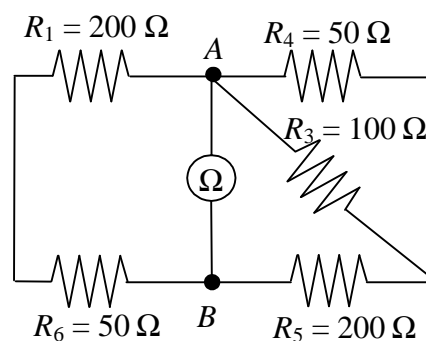


Figura 10

7. Compareu els valors de e_{Th}^{ex} , R_{Th}^{ex} i R_{Th}^{calc} amb els calculats teòricament e_{Th}^{te} i R_{Th}^{te} a l'apartat 1.4.

2.6 Mesura de l'equivalent Thévenin a partir de la recta de càrrega

1. Munteu el circuit de la Figura 4a com es veu a la Figura 11, amb les dues fonts de tensió al mateix voltatge de l'apartat anterior i connectant entre A i B una **resistència variable** R . Com es veu a la Figura 4, aquest circuit és equivalent a una fem Thévenin (que ara indicarem com e_{Th}^{recta}) en sèrie amb la resistència Thévenin (ara R_{Th}^{recta}) i la resistència R .

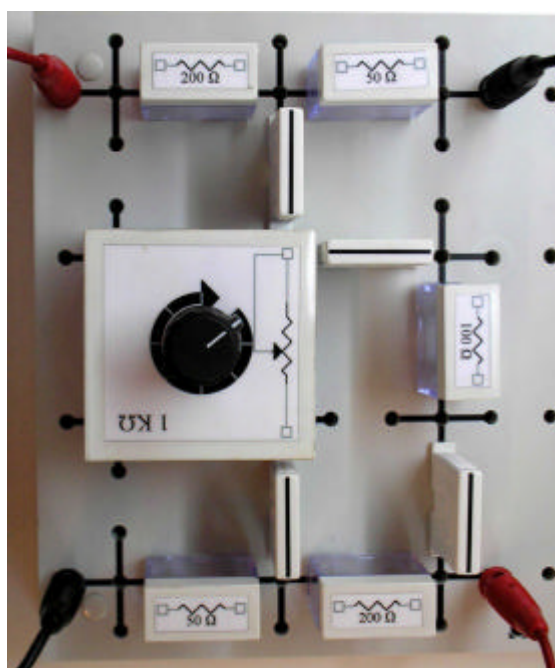


Figura 11

2. Varieu el valor de R i mesureu la intensitat I_R (amb l'**amperímetre** en l'escala de fins a **0.2 A**) i la tensió V_R (amb el **voltímetre** en l'escala de fins a **20 V**) per a diferents valors. Feu unes 10 mesures de manera que les variacions de la tensió al canviar el valor de R siguin aproximadament de **0.5 V**.


3. Els punts (I_R, V_R) obtinguts han de verificar la relació lineal $V_R = e_{Th}^{recta} - R_{Th}^{recta} I_R$ de la recta de càrrega. Representeu els punts (I_R, V_R) en un full de paper mil·limetrat i traceu la recta que millor s'ajusta. A partir dels punts d'intersecció de la recta amb els eixos determineu els valors de la fem Thévenin e_{Th}^{recta} , la intensitat de curtcircuit I_{cc}^{recta} , i R_{Th}^{recta} . Compareu aquests valors amb els de e_{Th}^{ex} , I_{cc}^{ex} i R_{Th}^{ex} mesurats a l'apartat 2.5.

2.7 Màxima transferència de potència

1. Engegueu l'ordinador que teniu al lloc de treball, obriu el programa Excel, i a les columnes A i B introduïu els valors de I_R i V_R mesurats anteriorment. A les columnes C i D calculeu la resistència $R = V_R/I_R$ i la potència dissipada $P_R = V_R I_R$, respectivament.

2. Representeu gràficament P_R en funció de R . Per fer-ho,

a) marqueu els valors de les columnes C i D,

b) cliqueu l'icona "Asistente para graficos", 

c) trieu el tipus de gràfic "XY (Dispersión)" i

d) subtípus "Dispersión con puntos de datos conectados por líneas suavizadas",



e) i cliqueu "Finalizar".

3. Comproveu visualment que la potència dissipada és màxima quan el valor de la resistència R coincideix amb el valor de la resistència Thévenin.

MOSTREU AL PROFESSOR LA GRÀFICA OBTINGUDA

2.8 Aplicació del teorema de Thévenin

1. Ara comprovarem el teorema de Thèvenin. Per fer-ho connectarem una resistència R_2 entre els terminals A i B del circuit original (com s'indica a la Figura 12a) i mesurarem la intensitat que hi circula. Després comprovarem que aquesta intensitat és la que s'obté al calcular la intensitat que circularia per R_2 si la connectéssim entre els terminals A i B del circuit equivalent Thévenin (com a la Figura 12b).

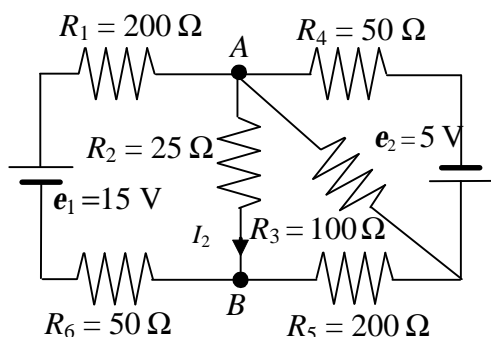


Figura 12a

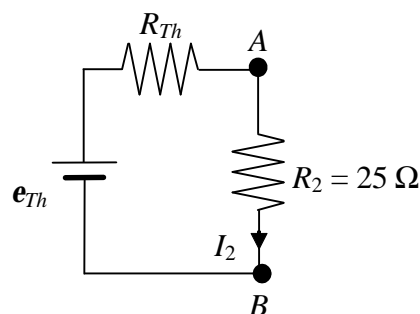


Figura 12b

2. Munteu el circuit de de la Figura 12a. Per fer-ho, al circuit de l'apartat anterior només cal substituir la resistència variable per la $R_2 = 25 \Omega$.

3. Mesureu la intensitat I_2^{ex} que circula per R_2 amb un dels polímetres actuant com a **amperímetre** en l'escala de fins a **0.2 A**.

4. Com es mostra a la Figura 12b, entre els punts A i B , el circuit és equivalent a una **font de tensió** de fem e_{Th} en sèrie amb una **resistència** R_{Th} . Si entre A i B connectem una resistència $R_2 = 25 \Omega$, circula una intensitat

$$I_2^{calc} = \frac{e_{Th}^{ex}}{R_2 + R_{Th}^{ex}} \quad (7)$$

Calculeu la intensitat I_2^{calc} utilitzant els valors de l'**equivalent Thévenin** e_{Th}^{ex} i R_{Th}^{ex} mesurats a l'apartat 2.4. Compareu aquest resultat amb el de I_2^{ex} mesurat anteriorment.

