

PRÀCTICA 8

INDUCCIÓ MAGNÈTICA

Abans d'anar al laboratori

- 1 - Estudieu l'apartat 1 sobre el Fonament Teòric d'aquesta pràctica.
- 2 - Resoleu el problema plantejat l'apartat 1.2. La resolució d'aquest problema l'haureu de lliurar al professor del laboratori a l'inici de la pràctica.
- 3 - Repasseu el procediment gràfic per determinar el pendent d'una recta que s'explica a l'apartat Regressió Lineal del primer capítol del manual de pràctiques dedicat al Tractament de Dades Experimentals.
- 4 - Repasseu l'Apèndix B sobre el Polímetre i l'Apèndix C sobre l'Oscil·loscopi.
- 5 - Llegiu l'apartat 2 sobre el Procediment de Mesura que seguireu durant la realització d'aquesta pràctica.

Objectius: Estudiar experimentalment la inducció magnètica en diferents situacions. Aquest fenomen és d'enorme importància pràctica al ser utilitzat en la generació de corrent altern, transformadors, altaveus, enregistrament magnètic, mecanismes de seguretat elèctrica, etc.

1 Fonament teòric

La inducció magnètica es pot resumir dient que per l'efecte d'un flux magnètic variable s'indueixen corrents elèctrics. La llei de Faraday-Lenz ens proporciona una expressió per a la força electromotriu (fem) induïda

$$e_{ind} = -\frac{d\mathcal{F}}{dt} \quad (1)$$

on el flux magnètic \mathcal{F} està definit per una integral sobre la superfície S del circuit en el qual s'indueix la força electromotriu,

$$\mathcal{F} \equiv \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} . \quad (2)$$

Aquesta expressió indica que les variacions de flux poden ser degudes a variacions del camp magnètic, de la superfície del circuit, o de la seva orientació relativa.

El primer cas que estudiarem en el laboratori consisteix en el moviment relatiu entre una bobina i un imant. La variació del camp magnètic que travessa la bobina és la que donarà lloc al corrent induït, que només apareixerà si hi ha un moviment relatiu de l'un respecte l'altre.

Una segona situació de gran importància pràctica és la de dos circuits elèctrics propers. Les variacions d'intensitat en un circuit donaran lloc a variacions del camp magnètic que crea, les quals induiran un corrent en el segon circuit, sense necessitat que hi hagi moviment relatiu entre ambdós circuits. Tot seguit estudiarem aquest cas amb més detall.

1.1 Inducció mútua

Considerem dos circuits elèctrics propers que anomenarem circuits 1 i 2. Atès que el camp magnètic és sempre directament proporcional a la intensitat que el crea (Llei de Biot-Savart), el camp magnètic creat pel circuit 1 en un punt de l'espai serà proporcional a la seva intensitat I_1

$$\vec{B}_1(\vec{r}) = \vec{f}(\vec{r})I_1 \quad (3)$$

Aquest camp crea un flux magnètic en el segon circuit que, d'acord amb les equacions (2) i (3), també és proporcional a I_1 :

$$\mathcal{F}_2 = M_{12}I_1. \quad (4)$$

De les consideracions anteriors es desprèn que M_{12} depèn únicament de la configuració geomètrica dels dos circuits. Anàlogament, el flux magnètic en el primer circuit degut al corrent que circula pel segon és $\mathcal{F}_1 = M_{21}I_2$. I es pot demostrar que M_{12} i M_{21} són iguals, per la qual cosa s'indica amb un únic símbol M que s'anomena **inductància mútua**.

Si es produeixen variacions de I_1 , en el circuit 2 s'induirà una fem que, tenint en compte l'equació (1) de la llei de Faraday-Lenz (i negligint l'efecte de l'autoinducció), és

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt} \quad (5)$$

1.1.1 Mesura de la inductància mútua

La inductància mútua M es pot obtenir experimentalment si pel circuit 1 circula una intensitat alterna sinusoidal

$$I_1(t) = I_{10}\cos(\omega t) \quad (6)$$

Aleshores, d'acord amb l'equació (5), la fem induïda al circuit 2 és

$$\mathcal{E}_2(t) = M\omega I_{10}\sin(\omega t) \quad (7)$$

i, per tant, la tensió màxima (amplitud de la tensió sinusoidal) al segon circuit és

$$\mathcal{E}_{20} = M\omega I_{10} \quad (8)$$

Si mesurem la intensitat del circuit 1 i la fem induïda al 2 amb un polímetre, mesurem els seus valors eficaços

$$I_{1ef} = I_{10} / \sqrt{2} \quad \text{i} \quad \mathcal{E}_{2ef} = \mathcal{E}_{20} / \sqrt{2} \quad (9)$$

Llavors, d'acord amb l'equació (8),

$$\mathcal{E}_{2ef} = M\omega I_{1ef} \quad (10)$$

Aquesta relació ens permetrà mesurar M al laboratori a partir dels valors de \mathcal{E}_{2ef} , I_{1ef} i ω .

A més a més, com que $\cos(\mathbf{a}) = \sin(\mathbf{a} + 90^\circ)$, hi ha un desfasament de 90° entre $I_1(t)$ i $\mathcal{E}_2(t)$ que podem observar si visualitzem els dos senyals en un oscil·loscopi.

1.1.2 Inductància mútua entre dues bobines circulars concèntriques i coplanaries

El sistema particular que estudiarem és el de dues bobines circulars concèntriques i coplanaries, com les representades a la Figura 1. El circuit 1 és la bobina gran, de radi R_g i N espines, i el circuit 2 és la bobina petita, de radi r i n espines, que està al centre de la gran.

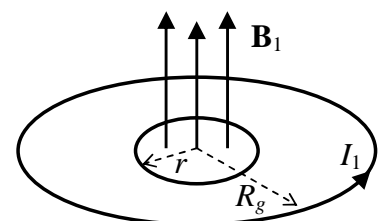


Figura 1

El mòdul del camp magnètic creat per la bobina gran al seu centre (vector vertical més curt a la Figura 1) és

$$B_1(\text{centre}) = \frac{\mu_0 N}{2R_g} I_1 \quad (11)$$

Si r és prou petit, en un punt qualsevol de la superfície de la bobina petita el camp de la gran es desvia molt poc del valor en el centre (com es representa a la Figura 1), i podem fer l'aproximació de que en tots aquests punts el camp és el del centre. Aleshores, tenint en compte que l'àrea de la secció de la bobina petita és πr^2 , és fàcil demostrar que el valor aproximat del flux, equació (2), a la bobina petita és

$$\mathcal{F}_2 \approx B_1 \pi r^2 n \quad (12)$$

i substituint B_1 per l'equació (11) tenim

$$\mathcal{F}_2 = \frac{\mu_0 \pi r^2 n N}{2R_g} I_1 \quad (13)$$

Aquesta equació comparada amb la definició (4) indica que la inductància mútua és

$$M = \frac{\mu_0 \pi r^2 n N}{2R_g} \quad (14)$$

1.1.3 Mesura del camp magnètic al centre d'una bobina circular

Si la intensitat que circula per la bobina 1 és sinusoidal, equació (6), a partir de l'equació (11) veiem que el camp magnètic que crea també ho és

$$B_1(t) = B_{10} \cos(\omega t) \quad (16)$$

on el valor màxim del camp magnètic al centre de la bobina gran és

$$B_{10} = \frac{\mu_0 N}{2R_g} I_{10} \quad (17)$$

Aquest camp es pot mesurar a partir de la fem induïda a la bobina petita. A partir de les equacions (1) i (12) tenim

$$\mathcal{E}_2(t) = -n \pi r^2 \frac{dB_1}{dt} \quad (18)$$

i a partir de l'equació (16) obtenim

$$\mathcal{E}_2(t) = n \pi r^2 B_{10} \omega \sin(\omega t) \quad (19)$$

Per tant, el valor màxim (o amplitud) de la tensió induïda a la bobina petita és

$$\mathcal{E}_{20} = n \pi r^2 \omega B_{10} \quad (20)$$

d'on és dedueix que

$$B_{10} = \frac{\mathcal{E}_{20}}{n \pi r^2 \omega}, \quad (21)$$

Aquesta expressió només depèn de les característiques de la bobina petita (r i n) i la fem que li indueix un corrent altern amb una freqüència angular ω . Els resultats obtinguts aplicant aquesta fórmula es poden comparar amb els que s'obtenen a partir de l'equació (17), que només depenen de les característiques de la bobina gran (R_g i N) i I_{1ef} .

1.2 Problema

Considereu dues bobines circulars concèntriques i coplanaries com les de la Figura 1. La més gran, de 4.6 cm de radi, té 270 espires, i la més petita té 1000 espires i l'àrea de la seva secció és de 1.45 cm^2 . (Recordeu que l'àrea d'un cercle de radi r és πr^2 .)

- Si per l'espira gran circula un corrent altern amb una intensitat d'amplitud $I_{10} = 5 \text{ mA}$ (el valor màxim), quin és el valor màxim del camp magnètic al seu centre?
- Si per l'espira gran circula un corrent altern amb una freqüència $f = \omega/(2\pi) = 5000 \text{ Hz}$, a l'espira petita s'indueix una força electromotriu (fem) sinusoidal de 85 mV d'amplitud. Quin és el valor màxim del camp magnètic que crea l'espira gran al seu centre?
- Quant val la inductància mútua entre les dues bobines?
- Si per la bobina gran circula un corrent altern de 3.5 mA de valor eficaç i una freqüència de 5000 Hz, quant val el valor eficaç de la fem induïda a la bobina petita? I si la freqüència fos de 1000 Hz?
- Si per la bobina petita circula un corrent altern de 3.5 mA de valor eficaç i una freqüència de 5000 Hz, quant val el valor eficaç de la fem induïda a la bobina gran? I si circulés un corrent continu de 3.5 mA d'intensitat?

2 Procediment de mesura

2.1 Fenòmens d'inducció

Es tracta simplement d'observar el corrent induït pel moviment relatiu entre una bobina i un imant.

- Connecteu la bobina petita al canal II de l'oscil·loscopi. Com aquest té una impedància molt elevada ($1 \text{ M}\Omega$), la tensió que mesura és aproximadament la induïda a la bobina.
- L'oscil·loscopi ha d'estar en la posició AC, la velocitat d'escombrat de l'oscil·loscopi ha de ser lenta (100 ms/div), i l'escala de voltatges menor que 1 V/divisió .
- Situeu l'imat sobre la taula amb un dels seus pols mirant amunt, i la bobina sobre l'imat amb el seu eix perpendicular a la taula. Feu les següents comprovacions:
 - Sols hi ha una senyal a l'oscil·loscopi quan es mou la bobina (proveu d'allunyar-la i apropar-la, i també de moure-la lateralment).
 - El senyal és més gran com més ràpidament moveu la bobina.
 - El signe del senyal depèn de si apropau o allunyeu la bobina.
 - També depèn de quina és l'orientació relativa entre la bobina i l'imat.
 - El fenomen es produeix igual si moveu l'imat i deixeu la bobina sobre la taula, o si moveu tots dos simultàniament.

Quina és (aproximadament) el valor màxim de la fem que podeu induir? Anoteu el seu valor al full de pràctiques.

2.2 Camp magnètic al centre d'una bobina circular

1. Mantingueu la bobina petita connectada al canal II de l'oscil·loscopi.
2. Mesureu el valor real de la resistència de $100\ \Omega$.
3. Situeu la bobina gran **horitzontalment** (paral·lela a la taula) i connecteu-la en sèrie amb la resistència de $100\ \Omega$ a la sortida de $600\ \Omega$ del generador de funcions (com a la Figura 2). Feu-ho de manera que el born de terra del generador (terminal negre del cable coaxial) estigui connectat a la resistència.

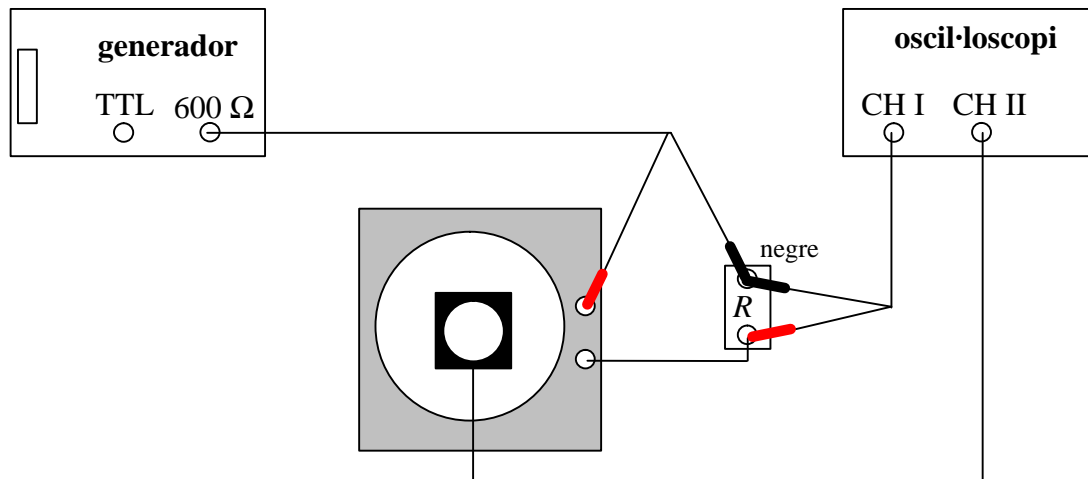


Figura 2

4. Connecteu el canal I de l'oscil·loscopi en paral·lel als extrems de la resistència (com a la Figura 2), de manera que el terminal de terra (el negre) coincideixi amb el del generador. Així visualitzareu la tensió a la resistència, $V_R(t)$, que és proporcional al corrent $I_1(t)$ que hi circula.
5. Situeu la bobina petita aproximadament al centre de la gran de forma que tinguin els seus eixos paral·lels..
6. Apliqueu un senyal sinusoidal de $5000\ \text{Hz}$ a la bobina gran i poseu la base de temps de l'oscil·loscopi entre $0.1\ \text{ms/div}$ i $20\ \mu\text{s/div}$. Moveu el control "amplitude" del generador de manera que el valor de la tensió màxima a la resistència sigui $V_{R0} = 0.5\ \text{V}$ (ho controleu al canal I de l'oscil·loscopi). Calculeu el la intensitat màxima a la bobina gran $I_{10} = V_{R0}/R$.
7. Observeu que, si allunyeu la bobina petita del centre, la tensió induïda augmenta lleugerament perquè el camp és mínim al centre (Figura 1). Aquesta propietat us ajudarà a centrar la bobina petita.
8. Observeu com $I_1(t)$ i $\mathbf{e}_2(t)$ estan desfasades (premeu DUAL per veure els dos senyals simultàniament), i com aquest desfasament s'inverteix quan girem la bobina petita 180° .

MOSTREU AL PROFESSOR EL RESULTAT OBTINGUT

11. Mesureu el valor màxim de la tensió induïda e_{20} i apliqueu la fórmula (21) per calcular el valor màxim del camp B_{10} . Tingueu en compte que la secció de la bobina petita val $\pi r^2 = 1.45 \text{ cm}^2$ i que el nombre d'espines és $n = 1000$. Compareu aquest resultat amb el valor que s'obté a partir de l'equació (17), tenint en compte el valor màxim de la intensitat a la bobina gran I_{10} , i que $R_g = 4.6 \text{ cm}$ i $N = 270$.

2.3 Inductància mútua

2.3.1 Inducció a la bobina petita

1. Desconnecteu la bobina petita de l'oscil·loscopi i, amb l'adaptador en forma de Y i dos cables convencionals, connecteu-la a un voltímetre (com a la Figura 3). Aquest voltímetre mesurarà el valor eficaç e_{2ef} de la tensió induïda a la bobina petita.

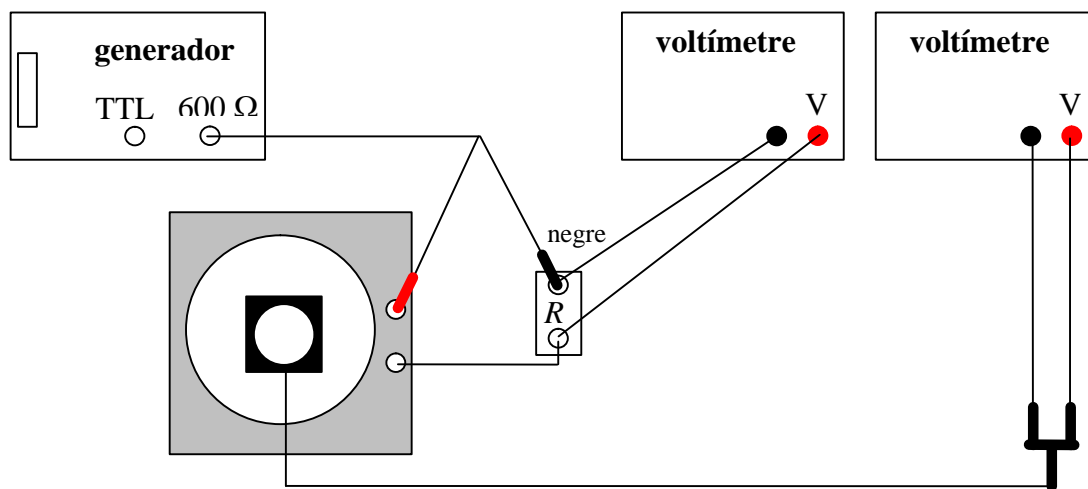


Figura 3

2. Desconnecteu l'oscil·loscopi de la resistència, tot mantenint connectada la resistència a la bobina gran i al generador (com es veu a la Figura 3). A continuació, amb dos cables convencionals, connecteu l'altre voltímetre en paral·lel a la resistència. Feu-ho de manera que el terminal a terra del voltímetre (el negre) coincideixi amb el del generador. Aquest voltímetre mesurarà la tensió eficaç a la resistència, V_{R1ef} , i permet saber quin és el corrent eficaç que hi circula, $I_{1ef} = V_{R1ef}/R$.

3. Feu que els voltímetres funcionin en corrent altern (premeu la tecla AC) i en l'escala de fins 2 V.

4. Mesureu e_{2ef} per a diverses freqüències ν entre 1000 Hz i 5000 Hz, i ompliu la taula que hi ha al full de pràctiques. Vigileu de no moure una bobina respecte de l'altra durant les mesures. Per a cada freqüència moveu el control "amplitude" del generador de funcions per tal que el valor eficaç de la tensió a la resistència sigui $V_{R1ef} = 0.35 \text{ V}$. Així I_{1ef} és sempre la mateixa i no cal recalculer-la per a cada freqüència.

5. Representeu e_{2ef} en funció de ωI_{1ef} (on $\omega = 2\pi f$) en el paper mil·limetrat, i ajusteu una recta gràficament. D'acord amb l'equació (10), el pendent d'aquesta recta és el valor de $M_{mesurat}$. Calculeu-lo i compareu-lo amb el valor teòric M_{teoric} que s'obté a partir de l'equació (14).

2.3.2 Inducció a la bobina gran

Per tal de comprovar que $M = M_{12} = M_{21}$ feu el muntatge invers de forma que ara el senyal sinusoidal circuli per la bobina petita. Per fer-ho seguiu els passos següents:

1. Connecteu la bobina petita (amb l'adaptador en forma de Y i dos cables convencionals) en sèrie amb la resistència de 100Ω a la sortida de 600Ω del generador. Feu-ho de manera que el terminal de terra del generador (terminal negre del cable coaxial) estigui connectat a la resistència.

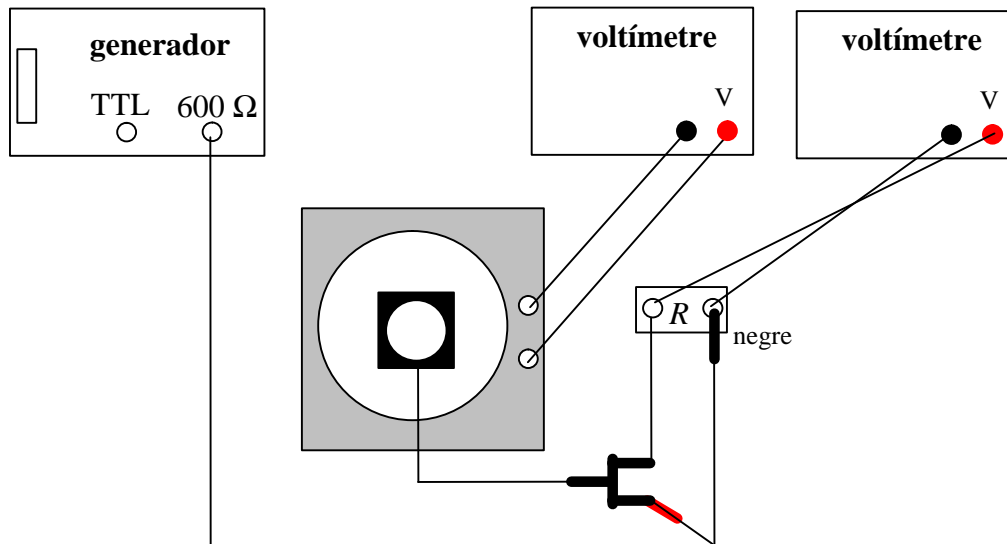


Figura 4

2. Connecteu també un voltímetre en paral·lel als extrems de la resistència, de manera que el terminal negre del voltímetre coincideixi amb el del generador.
3. Connecteu directament la bobina gran a l'altre voltímetre.
4. Seguiu el mateix procediment que al pas 4 del subapartat 2.3.1. És a dir, apliqueu un senyal de forma que el valor eficaç de la tensió a la resistència sigui $V_{R2ef} = 0.35 \text{ V}$ per a diferents freqüències entre 1000 i 5000 Hz. Ara els voltímetres mesuraran els valor eficaços de la tensió induïda a la bobina gran e_{1ef} i de la tensió a la resistència que està en sèrie amb la bobina petita V_{R2ef} . El valor eficaç de la intensitat que circula per aquesta és $I_{2ef} = V_{R2ef}/R$.
5. Representeu e_{1ef} en funció de ωI_{2ef} en el paper mil·limetrat i determineu gràficament el pendent d'aquesta recta. Quin és el valor que resulta ara per $M'_{mesurat}$?

Inducció magnètica

Fenòmens d'inducció

Tensió màxima observada:

Camp magnètic al centre d'una espira

$$n = 1000 \text{ espises} \quad p r^2 = 1.45 \text{ cm}^2 \quad N = 270 \text{ espises} \quad R_g = 4.6 \text{ cm}$$

$$R = \quad V_{R0} = \quad I_{10} = \quad (17) B_0 =$$

$$f = \quad w = \quad e_{20} = \quad (21) B_0 =$$

Inductància mútua

f (Hz)	V_{R1ef}	I_{1ef}	wI_{1ef}	e_{2ef}
1000				
2000				
3000				
4000				
5000				

$$M_{mesurat} =$$

$$M_{teòric} =$$

f (Hz)	V_{R2ef}	I_{2ef}	wI_{2ef}	e_{1ef}
1000				
2000				
3000				
4000				
5000				

$$M'_{mesurat} =$$