PRÀCTICA 9
CIRCUIT RC

Objectius: Determinar la **constant de temps** *t* d'un circuit sèrie RC i. Estudiar aquest circuit quan està connectat a una **tensió alterna**.

ABANS DE REALITZAR AQUESTA PRÀCTICA VEIEU LA DESCRIPCIÓ I FUNCIONAMENT DE L'OSCIL·LOSCOPI A L'APÈNDIX C.

1 Constant de temps d'un circuit RC sèrie

1.1 Descàrrega d'un condensador

La figura 1 mostra un condensador de capacitat C amb una càrrega inicial Q_0 en la placa superior. Per tant, la diferència de potencial entre les seves armadures és $V_0=Q_0/C$.

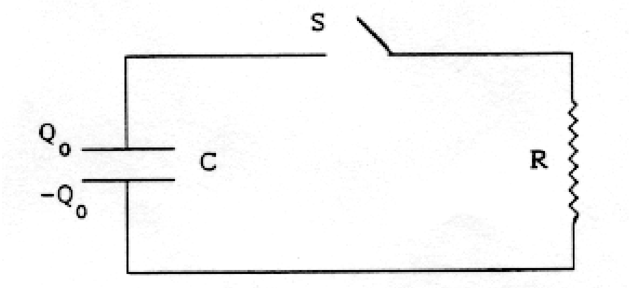


Figura 1

Si en l'instant $t = 0$ es tanca l'interruptor S, el condensador començarà a descarregar-se i circularà una intensitat I en sentit horari. En aquesta situació es demostra que la càrrega del condensador Q varia al llarg del temps segons

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/t}$$

i la intensitat I segons

$$I(t) = I_0 e^{-t/t}$$

on

$$I_0 = V_0/R = Q_0/(RC)$$

i t és la constant de temps del circuit RC, que ve donada per

$$t = RC$$

La constant de temps t és el temps que ha de passar perquè la càrrega i la intensitat disminueixin un factor e, és a dir,

$$Q(t+t) = Q(t)/e \qquad \text{o} \qquad I(t+t) = I(t)/e$$

1.2 Càrrega d'un condensador

La figura 2 mostra un condensador inicialment descarregat.

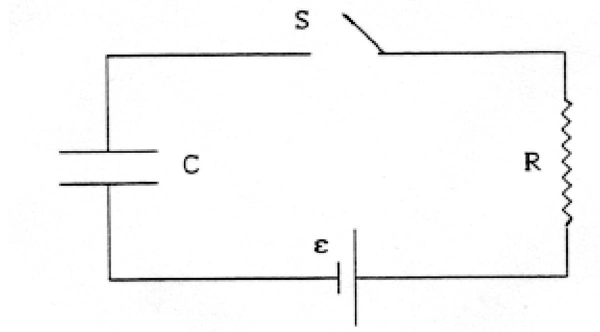


Figura 2

Si en l'instant $t = 0$ es tanca l'interruptor S, el condensador començarà a carregar-se i circularà una intensitat en sentit antihorari. En aquesta situació es demostra que

$$Q(t) = Ce(1 - e^{-t/t})$$

i

$$I(t) = I_0 e^{-t/t}$$

on

$$I_0 = e/R$$

i t és de nou la constant de temps definida anteriorment.

1.3 Circuit RC connectat a una tensió d'ona quadrada

La figura 3 mostra un condensador connectat a una tensió d'ona quadrada

$$V(t) = \begin{cases} V & (0 \le t < T/2) \\ -V & (T/2 \le t < T) \end{cases}$$

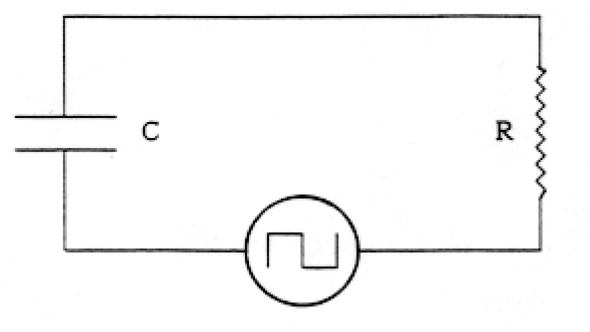


Figura 3

Si $T << t$, es demostra que quan $V(t) = V$

$$Q(t) = CV(1 - 2e^{-t/t})$$

i

$$I(t) = I_0 e^{-t/t}$$

on

$$I_0 = 2V/R$$

Aleshores, tenint en compte la definició de capacitat, la diferència de potencial a borns del condensador és

$$V_C(t) = Q(t)/C = V(1 - 2e^{-t/t})$$

i, tenint en compte la llei d'Ohm, la diferència de potencial a borns de la resistència és

$$V_R(t) = RI_0e^{-t/t}$$

Quan $V(t) = -V$, $Q(t)$ i $I(t)$ tenen la mateixa expressió canviada de signe, és a dir, corresponen a la càrrega de l'armadura inferior i a la intensitat circulant en sentit contrari. Així, l'evolució temporal de Q i I és la representada a la figura 4.

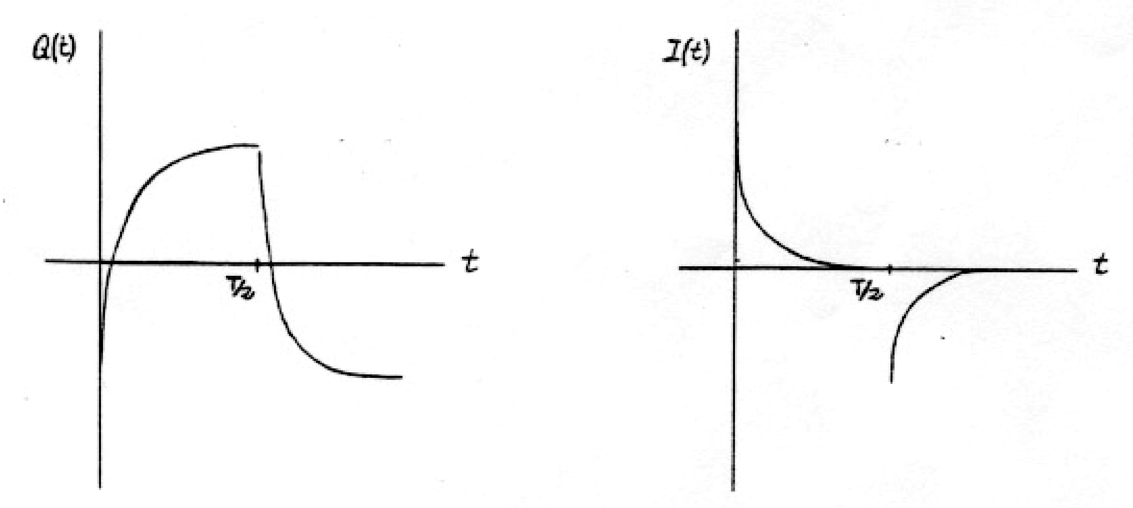


Figura 4

2 Corrent altern en un circuit RC sèrie

La figura 5 mostra un condensador connectat a una tensió alterna del tipus

$$V(t) = V_0\sin(w\,t)$$

on V_0 és l'amplitud de la tensió d'entrada i w depèn de la freqüència v (o el període $T = 1/f$) del senyal segons

$$w = 2\pi f = 2\pi/T$$

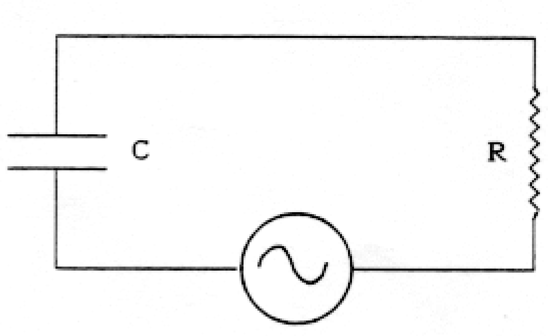


Figura 5

Es pot demostrar que la intensitat que circula ve donada per

$$I(t) = I_0 \sin(w\,t + f)$$

on f és el desfasament que hi ha entre la tensió instantània $V(t)$ i la intensitat instantània $I(t)$, i

$$I_0 = V_0/Z$$

és l'anomenada amplitud de la intensitat. Z és la impedància del circuit, que ve donada per

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

on

$$X_C = 1/Cw$$

és la reactància de la capacitat.

Tenint en compte la llei d'Ohm, la diferència de potencial a borns de la resistència és

$$V_R(t) = V_{R0} \sin(w\,t + f)$$

on

$$V_{R0} = RI_0$$

és l'amplitud de la tensió a borns de la resistència. Tenint en compte la generalització de la llei d'Ohm al corrent altern, la diferència de potencial a borns del condensador és

$$V_C(t) = V_{C0} \sin(w\,t + f - p/2)$$

on

$$V_{C0} = X_C I_0$$

és l'amplitud de la tensió a borns del condensador. En tot instant se satisfà

$$V(t) = V_R(t) + V_C(t)$$

però, com que hi ha un desfasament de $\pi/2$ entre $V_R(t)$ i $V_C(t)$, la suma de les seves amplituds no és igual a V_0, sinó que estan relacionades de la següent forma:

$$V_0 = \sqrt{V_{R0}^2 + V_{C0}^2}$$

3 Procediment de mesura

3.1 Mesura de la constant de temps

La figura 6 ens mostra un esquema del muntatge.

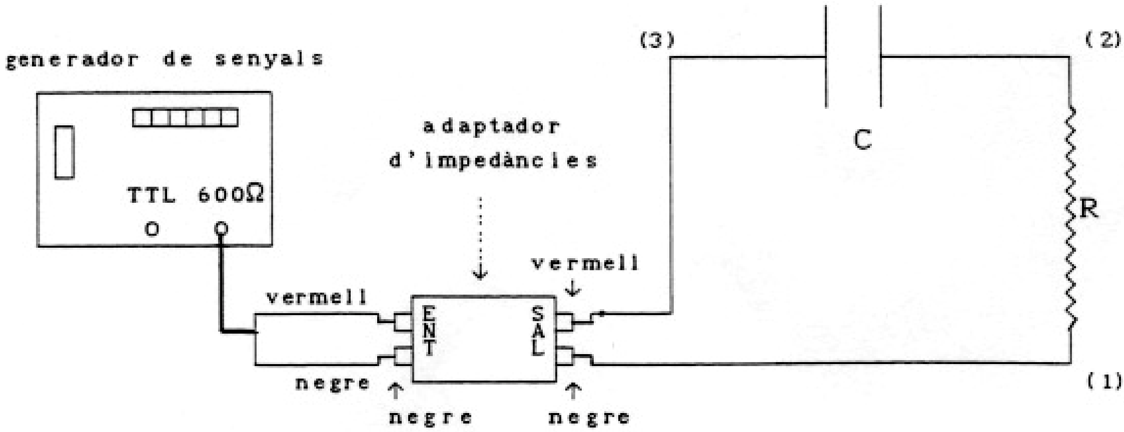


Figura 6

Atès que el generador de funcions té una impedància de sortida de 600 Ω, mai es podria realitzar un circuit en el qual la resistència total fos inferior a aquesta quantitat. Per aconseguir-ho es fa servir un adaptador d'impedàncies que fa que la resistència de sortida sigui molt més petita. Anoteu aquest (r_A) que trobareu indicat damunt de cada adaptador.

Procediu com s'indica a continuació:

1. Poseu en marxa l'oscil·loscopi tal com s'explica a l'apèndix C.

2. Munteu un circuit RC amb R = 1 kΩ i C = 100 nF, tal com s'indica a la figura 6, i apliqueu un senyal quadrat de 500 Hz.

3. Per tal de visualitzar la tensió $V(t)$ a l'entrada del circuit RC, connecteu el canal I de l'oscil·loscopi entre els punts (1) i (3) indicats a la figura 6. Feu-ho de manera que la "banana" negra estigui connectada al punt (1) i la vermella al (3).

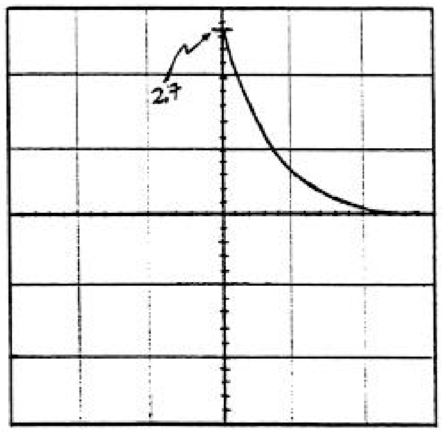
4. Seleccioneu la base de temps (time/div) i el coeficient de deflexió (V/div) adequats per tal que a la pantalla de l'oscil·loscopi es vegi el senyal quadrat. Ajusteu a dues divisions l'amplitud de la funció amb el comandament "amplitude" del generador.

5. Connecteu el canal I de l'oscil·loscopi a borns del condensador, és a dir, entre els punts (2) i (3). Feu-ho de manera que la 'banana' negra estigui connectada al punt (3) i la vermella al (2). $V_C(t)$ ha de tenir un comportament com el de $Q(t)$ a la figura 4.

6. Connecteu el canal I a borns de la resistència, és a dir, entre els punts (1) i (2). Feu-ho de manera que la 'banana' negra estigui connectada al punt (1) i la vermella al (2). $V_R(t)$ ha de tenir un comportament com el de $I(t)$ a la figura 4. Amb el mètode que s'explica a continuació mesureu la constant de temps t.

Determinació gràfica de la constant de temps d'una exponencial

- Polseu el botó GD del canal I de l'oscil·loscopi i centreu la recta horitzontal. Despremeu el botó GD.
- Modifiqueu, si cal, l'escala vertical (*V*/div) per poder apreciar 2.7 divisions verticals de l'exponencial. ($e \approx 2.7$)
- Seleccioneu la base de temps que permeti veure una única exponencial a la pantalla de l'oscil·loscopi.
- Amb el botó X-pos, feu que el valor de l'exponencial corresponent a 2.7 coincideixi amb l'eix vertical de la pantalla, tal com s'indica a la figura.



- Com que τ és el temps que ha de transcórrer perquè V_R decreixi fins a un valor V_R/e ($e \cong 2.7$), τ serà l'interval de temps corresponent a les divisions horitzontals que hi ha entre els valors 2.7 i 1. Per poder apreciar millor a quina divisió horitzontal correspon el valor de l'exponencial igual a 1, amb el botó Y-pos baixeu la funció fins situar la seva intersecció amb l'eix vertical en el punt 1.7. Aleshores, multiplicant el nombre de divisions horitzontals que hi ha entre aquests dos valors, *L*, pel coeficient de la base de temps (time/div), s'obté el valor de la constant de temps, τ.

7. Repetiu el procediment anterior amb una resistència de 200 Ω i, després, amb una de 50 Ω. En ambdós casos, modifiqueu la freqüència del senyal quadrat per tal de poder apreciar el comportament exponencial de $V_C(t)$ i $V_R(t)$.

8. Per a tots els casos estudiats, contrasteu el valor de t que heu mesurat amb el seu valor teòric t_t. En fer-ho, tingueu present que la resistència total del circuit és $R+r_A$ i, per tant, $t_t = (R + r_A)C$.

3.2 Estudi d'un circuit RC en corrent altern

1. Apliqueu un senyal sinusoïdal de 1 kHz al circuit RC de la figura 6.

2. Fixeu el coeficient de deflexió a 50 mV/div i connecteu el canal I de l'oscil·loscopi per tal de veure la caiguda de tensió *V(t)* a l'entrada del circuit (segons la figura 7, 'banana' negra al punt 1 i la vermella al 3).

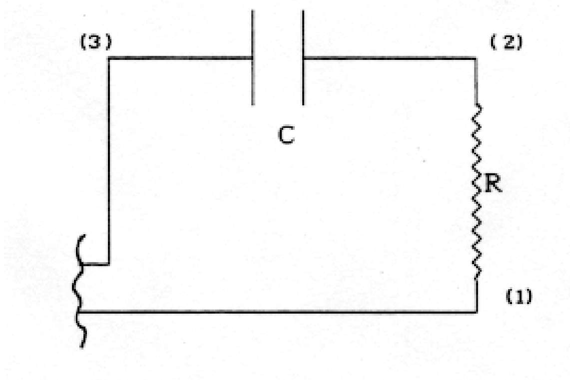


Figura 7

3. Seleccioneu la base de temps adequada perquè es vegi més d'un període i, amb el comandament "amplitude" del generador, ajusteu V_0 a 150 mV. (Recordeu que per a un senyal sinusoïdal $V_{pp} = 2V_0$, i que $V_{pp} = AH$, on A és el coeficient de deflexió i H és l'alçària en divisions del punt més positiu al més negatiu).

4. Mesureu el període T del senyal sinusoïdal i determineu-ne la freqüència f.

5. A partir dels valors de R, C i f, calculeu X_C i Z.

6. Connecteu el canal I de l'oscil·loscopi a borns de la resistència ('banana' negra al punt 1 i la vermella al 2) i mesureu V_{R0}.

7. Connecteu el canal I a borns del condensador ('banana' negra al punt 3 i la vermella al 2) i mesureu V_{C0}.

8. Repetiu tot el procediment anterior amb una freqüència f = 3 kHz.

9. Per a les freqüències indicades, compareu els valors de I_0 que s'obtenen a partir de V_0 i Z (V_0/Z), de V_{R0} i R (V_{R0}/R), i de V_{C0} i X_C (V_{C0}/X_C).

10. Comproveu que, dins el marge d'error, se satisfà la relació

$$V_0 = \sqrt{V_{R0}^2 + V_{C0}^2}$$

Circuit RC

Constant de temps d'un circuit RC

C	R	$t_t = (R+r_A)C$ valor teòric	B (temps/div)	L (div)	$t = B \cdot L$ valor mesurat

Corrent altern en un circuit RC

$R =$ $C =$ $V_0 =$

f_g	T	$f = 1/T$	X_C	Z	V_{R0}	V_{C0}	V_0/Z	V_{R0}/R	V_{C0}/X_C	$\sqrt{V_{R0}^2 + V_{C0}^2}$
1 kHz										
3 kHz										